

不均質特性を有する円柱の軸対称非定常熱応力 (順問題と逆問題解析)

Axisymmetric Transient Thermal Stresses of Nonhomogeneous Cylinder (Direct Problem and Inverse Problem Analyses)

大多尾義弘* 谷川 義信**
Yoshihiro Ootao Yoshinobu Tanigawa

This paper is concerned with the theoretical treatment of transient axisymmetric thermal stress problem of the cylinders involving nonhomogeneous material properties. In the concrete, we consider a direct problem of thermal stress for a nonhomogeneous hollow cylinder and an inverse problem of thermal deformation for a nonhomogeneous solid cylinder. We analyze the thermoelastic problem by means of the theory of multilayered composite material and show the numerical results in nonhomogeneous body such as a functionally gradient material.

1. 緒言

最近、超高温耐熱材料として、熱応力緩和型不均質材料(傾斜機能材料)¹⁾の研究、開発が積極的に展開されつつあり、これらの不均質材料の熱応力問題における定性的および定量的評価が必要とされてきている。しかし、熱応力解析において、熱的および力学的材料特性に不均質性を導入した場合、基礎方程式系が非線形となるため、その解析的取り扱いが極めて困難となり、現在まで不均質材料を対象とした報告例は少ないと言える。たとえば、不均質体の熱応力問題を解析的に扱った最近の著名な報告例として、畑がKassirの不均質体を取りあげ、円柱座標系での軸対称定常熱応力問題²⁾³⁾を解析している。また、菅野らは非定常温度場のもとで不均質平板の二次元問題⁴⁾⁵⁾あるいは不均質円板の平面問題⁶⁾⁷⁾を解析しているが、これらの報告例では、不均質性の設定に大きな制約が課せられている場合が多い。また、現在、構造物の最適化の問題は熱的負荷を受ける場合についても重要な課題であるため、熱応力問題に関する一つの新しい取り扱いの動向が生まれてきた。すなわち、順解析において結果としてもたらされた熱変形・熱応力を規定し、逆に原因と

して与えられた温度環境あるいは熱的境界条件等を推定しようとする、いわゆる逆問題(あるいは最適加熱問題)解析である。

そこで、著者らは積層複合材料に対して導いた解析的手法を不均質体に近似的に適用することにより、ビーム⁸⁾、平板¹⁰⁾、円筒¹¹⁾¹²⁾、球¹³⁾の二次元および三次元非定常熱応力の順解析について、すでに報告を行っているが、本研究は、熱的および力学的材料特性、すなわち、物性値が厚さ方向に関して任意に変化する不均質円柱が軸対称加熱を受ける場合の非定常熱応力問題を取り扱ったものである。すなわち、不均質中空円筒の非定常熱応力の順問題解析¹⁴⁾および不均質中空円筒の表面の変位が規定された場合の媒体温度関数の決定という逆問題解析¹⁵⁾を考え、その不均質特性を多層から成る均質材料として近似する手法により理論解析し、数値計算によりその定量的評価を行った。

2. 解析

(1) 軸対称加熱を受ける不均質中空円筒の順問題解析

熱的および力学的特性、すなわち物性値が、半径方向に関し変化する不均質中空円筒を考え、この円筒を、各層が均質等方性であり、かつ隣り合う各層の物性値がわずかずつ変化する多層層状中空円筒により近似する。図1に示すように、 n 層からなる内半径 a 、外半径 b の層

* システム技術部 情報システム研究室

** 大阪府立大学 工学部

状複合中空円筒を考える。

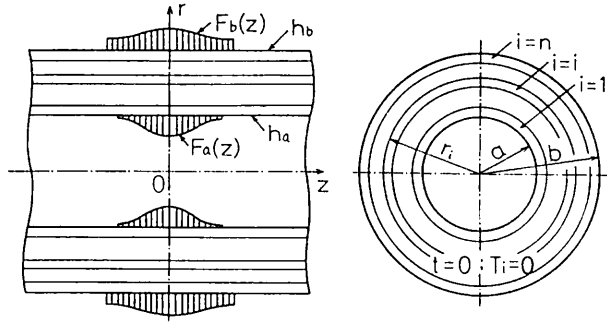


図1 不均質中空円筒の問題設定

Coordinate system and thermal boundary conditions of nonhomogeneous hollow cylinder

加熱条件として、初期温度が零度であり、時刻 $t = 0$ の瞬間より、内側境界 ($r = a$) および外側境界 ($r = b$) が、それぞれ加熱媒体温度関数 $F_a(z)$, $F_b(z)$ により、相対熱伝達率 h_a , h_b で非定常加熱されるものとする。ここで問題の簡単化のため、 $F_a(z)$, $F_b(z)$ は z に関し対称と仮定する。

(A) 温度分布

n 層からなる多層層状中空円筒の各層を内側から順次 1, 2, ..., n と添字を付けて区別する。基礎式、初期条件式、温度境界条件式および界面の熱的連続条件式は、以下のように無次元表示される。

$$\frac{\partial \bar{T}_i}{\partial \tau} = \bar{\kappa}_i \bar{\Delta} \bar{T}_i \quad ; i = 1 \sim n \quad (1)$$

$$\tau = 0 ; \bar{T}_i = 0 \quad ; i = 1 \sim n \quad (2)$$

$$\rho = \bar{a} ; \frac{\partial \bar{T}_1}{\partial \rho} - H_a \bar{T}_1 = -H_a f_a(\zeta) \quad (3)$$

$$\rho = R_i ; \bar{T}_i = \bar{T}_{i+1}, \bar{\lambda}_i \frac{\partial \bar{T}_i}{\partial \rho} = \bar{\lambda}_{i+1} \frac{\partial \bar{T}_{i+1}}{\partial \rho} \quad ; i = 1 \sim (n-1) \quad (4)$$

$$\rho = 1 ; \frac{\partial \bar{T}_n}{\partial \rho} + H_b \bar{T}_n = H_b f_b(\zeta) \quad (5)$$

ただし

$$\bar{\Delta} = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \quad (6)$$

以上の各式において導入した無次元量は、次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} \bar{T}_i &= T_i/T_0, (f_a, f_b) = (F_a, F_b)/T_0, \tau = \kappa_0 t/b^2 \\ (\rho, \zeta) &= (r, z)/b, (\bar{a}, R_i) = (a, r_i)/b \\ \bar{\kappa}_i &= \kappa_i/\kappa_0, \bar{\lambda}_i = \lambda_i/\lambda_0, (H_a, H_b) = (h_a, h_b)b \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ただし、 t は時間、 T_i , κ_i , λ_i , r_i はそれぞれ各層の温度変化、温度伝導率、熱伝導率、外半径であり、 T_0 , κ_0 , λ_0 はそれぞれ基準となる温度、温度伝導率、熱伝導率で

ある。条件式 (2) ~ (5) を満足する式 (1) の解は、ラプラス変換法により、留数定理を用いて求められる。これらの内、温度解 \bar{T}_i の非定常成分 \bar{T}_{i0} は次式で表される。

$$\begin{aligned} \bar{T}_{i0} = \int_0^\infty \left\{ \sum_{j=1}^m \frac{2 \exp(-\omega_j^2 \tau)}{\omega_j \Delta_0'(\omega_j)} [\bar{A}_i I_0(\beta_{ij} \rho) \right. \\ \left. + \bar{B}_i K_0(\beta_{ij} \rho)] \right. \\ \left. + \sum_{j=m+1}^\infty \frac{2 \exp(-\omega_j^2 \tau)}{\omega_j \Delta_0'(\omega_j)} [\bar{A}_i J_0(\gamma_{ij} \rho) \right. \\ \left. + \bar{B}_i Y_0(\gamma_{ij} \rho)] \right\} \cos q \zeta dq \quad (8) \end{aligned}$$

ただし

$$\Delta_0'(\omega_j) = \left\{ \frac{d\Delta_0}{d\omega} \right\} \Big|_{\omega = \omega_j} \quad (9)$$

式 (8) において $J_0(x)$, $Y_0(x)$ は 0 次の第一種および第二種ベッセル関数、 $I_0(x)$, $K_0(x)$ は 0 次の第一種および第二種変形ベッセル関数である。また、境界条件式 (3) ~ (5) から得られる係数行列および定数ベクトルを $[a_{ki}]$, $\{c_k\}$ とし、 Δ_0 を $2n \times 2n$ 行列 $[a_{ki}]$ の行列式とすれば、 \bar{A}_i , \bar{B}_i はそれぞれ係数行列 $[a_{ki}]$ の $2i-1$ 列め、 $2i$ 列めを定数ベクトル $\{c_k\}$ で置換した行列の行列式となる。また ω_j は

$$\Delta_0(\omega) = 0 \quad (10)$$

を満足する j 番目の固有値であり、次式の関係を満たす。

$$\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_m < \bar{\kappa}_i^{-1/2} q < \omega_{m+1} < \dots \quad (11)$$

なお、 a_{ki} , c_k の成分および温度の定常成分は紙面の制約上省略する。

(B) 熱弾性解析

前項で求められた温度分布により生じる非定常熱応力および熱変位を熱弾性変位ポテンシャルとラブの変位関数により求める。熱弾性変位ポテンシャルを Φ_i 、ラブの変位関数を L_i とすれば、軸対称問題に対する基礎方程式の無次元表示は次式で示される。

$$\bar{\Delta} \bar{\Phi}_i = \bar{\kappa}_i \bar{T}_i \quad (12)$$

$$\bar{\Delta} \bar{\Delta} \bar{L}_i = 0 \quad (13)$$

この時、熱応力、熱変位成分の無次元表示は

$$\bar{\sigma}_{rri} = \frac{\bar{E}_i}{1 + \nu_i} \left(\frac{\partial^2 \bar{\Phi}_i}{\partial \rho^2} - \bar{\Delta} \bar{\Phi}_i \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\nu_i \bar{\Delta} \bar{L}_i - \frac{\partial^2 \bar{L}_i}{\partial \rho^2} \right)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{\theta\theta i} &= \frac{\bar{E}_i}{1 + \nu_i} \left(\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial \rho} - \bar{\Delta} \bar{\Phi}_i \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\nu_i \bar{\Delta} \bar{L}_i - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{L}_i}{\partial \rho} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{zzi} &= \frac{\bar{E}_i}{1 + \nu_i} \left(\frac{\partial^2 \bar{\Phi}_i}{\partial \zeta^2} - \bar{\Delta} \bar{\Phi}_i \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[(2 - \nu_i) \bar{\Delta} \bar{L}_i - \frac{\partial^2 \bar{L}_i}{\partial \zeta^2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rz} &= \frac{\bar{E}_i}{1+\nu_i} \cdot \frac{\partial^2 \bar{\Phi}_i}{\partial \rho \partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \rho} \left[(1-\nu_i) \bar{\Delta} \bar{L}_i - \frac{\partial^2 \bar{L}_i}{\partial \zeta^2} \right] \\ \bar{u}_{ri} &= \frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial \rho} - \frac{1+\nu_i}{\bar{E}_i} \cdot \frac{\partial^2 \bar{L}_i}{\partial \rho \partial \zeta} \\ \bar{u}_{zi} &= \frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial \zeta} + \frac{1+\nu_i}{\bar{E}_i} \left[2(1-\nu_i) \bar{\Delta} \bar{L}_i - \frac{\partial^2 \bar{L}_i}{\partial \zeta^2} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、本問題に適する式(13)の解は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{L}_i &= \int_0^\infty [C_{1i} I_0(q\rho) + C_{2i} K_0(q\rho) + C_{3i} \rho I_1(q\rho) \\ &\quad + C_{4i} \rho K_1(q\rho)] \sin q \zeta dq \end{aligned} \quad (15)$$

また、 $\bar{\Phi}_i$ は式(12)の特解として求められる。したがって、熱応力、熱変位成分は $\bar{\Phi}_i$ および式(15)を式(14)に代入することにより容易に定式化される。また、式(15)中に含まれる C_{1i} 、 C_{2i} 、 C_{3i} 、 C_{4i} ($i=1 \sim n$)は力学的境界条件式から決定される未定数である。内外両表面に外力が作用せず、かつ各層の界面が完全に接着されていると考えれば、力学的条件式は次式で示される。

$$\begin{aligned} \rho = a : \sigma_{rri} = 0, \quad \bar{\sigma}_{rzi} = 0 \\ \rho = R_i : \sigma_{rri} = \sigma_{rri+1}, \quad \sigma_{rzi} = \sigma_{rzi+1} \\ \quad u_{ri} = u_{ri+1}, \quad u_{zi} = u_{zi+1}; \quad i=1 \sim (n-1) \\ \rho = 1 : \sigma_{rri} = 0, \quad \bar{\sigma}_{rzi} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

なお、ここで次式の無次元量を導入した。

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_i &= \Phi_i / (\alpha_0 T_0 b^2), \quad \bar{L}_i = L_i / (\alpha_0 E_0 T_0 b^3) \\ \bar{\sigma}_{kri} &= \sigma_{kri} / (\alpha_0 E_0 T_0), \quad \bar{u}_{ki} = u_{ki} / (\alpha_0 T_0 b) \\ \bar{k}_i &= (1+\nu_i) \bar{\alpha}_i / (1-\nu_i), \quad \alpha_i = \alpha_i / \alpha_0, \quad \bar{E}_i = E_i / E_0 \end{aligned} \quad (17)$$

ただし、 α_i 、 ν_i 、 E_i はそれぞれ各層の線膨張係数、ポアソン比、縦弾性係数であり、 α_0 、 E_0 はそれぞれ基準となる線膨張係数、縦弾性係数を意味する。

(2) 軸対称加熱を受ける不均質円柱の変位に関する逆問題解析

物性値が、半径方向に関し連続的に変化する不均質円柱を考え、この材料を前述の順問題解析と同様、多層層状複合材料により近似する。

図2に示すように、 n 層からなる半径 d の多層層状複合円柱を考える。加熱条件として、初期温度が零度であり、時刻 $t=0$ の瞬間より温度関数 $\Theta(z, t)$ で表される加熱媒体により、円柱側面から、相対熱伝達率 h_d で非常加熱されるものとする。また上述の加熱条件に対し、円柱側面に生じる半径方向変位を $u_{of}(z)g(t)$ により表す。この時、本問題で取り扱う軸対称非常温度場での変位に関する逆問題解析とは、上述の与えられた変位成分に対し媒体温度関数 $\Theta(z, t)$ を決定することである。ここで問題の簡単化のため、 $\Theta(z, t)$ は z に関し対称と仮

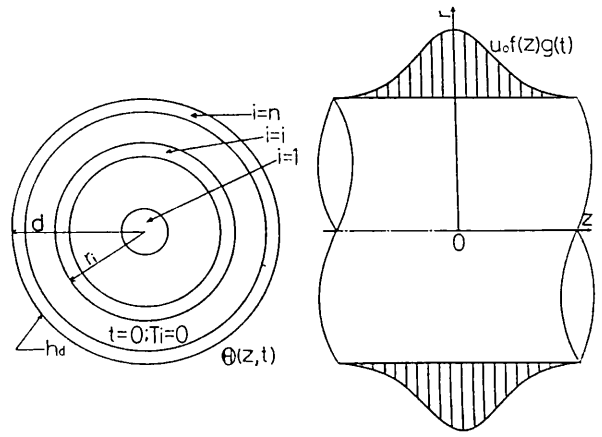


図2 不均質中実円柱の問題設定

Coordinate system and thermal boundary conditions of nonhomogeneous solid cylinder

定する。まず、次式で定義される無次元量を導入する。

$$\begin{aligned} (\rho, \zeta) &= (r, z)/d, \quad \tau = \kappa_0 t/d^2, \quad R_i = r_i/d \\ H_d &= dh_d, \quad \bar{\kappa}_i = \kappa_i/\kappa_0, \quad \bar{\lambda}_i = \lambda_i/\lambda_0, \quad \bar{\alpha}_i = \alpha_i/\alpha_0 \\ \bar{E}_i &= E_i/E_0, \quad \bar{\sigma}_{kri} = \sigma_{kri}d/(E_0 u_0), \quad \bar{u}_{ki} = u_{ki}/u_0 \\ \bar{\Phi}_i &= \Phi_i/(u_0 d), \quad \bar{L}_i = L_i/(E_0 d^2 u_0) \\ (\bar{T}, \bar{\Theta}) &= (T, \Theta) \frac{1+\nu_0}{1-\nu_0} \alpha_0 d/u_0, \quad \bar{k}_i = \frac{1+\nu_i}{1-\nu_i} \bar{\alpha}_i / \frac{1+\nu_0}{1-\nu_0} \end{aligned} \quad (18)$$

この場合、温度場および熱弾性場における基礎方程式は、前節と同様に、式(1)、(12)、(13)で示される。また、温度場に対する初期条件および境界条件は以下のように無次元表示される。

$$\tau = 0 : \bar{T}_i = 0 \quad ; i=1 \sim n \quad (19)$$

$$\rho = R_i : \bar{T}_i = \bar{T}_{i+1}, \quad \bar{\lambda}_i \frac{\partial \bar{T}_i}{\partial \rho} = \bar{\lambda}_{i+1} \frac{\partial \bar{T}_{i+1}}{\partial \rho} \quad ; i=1 \sim (n-1) \quad (20)$$

$$\rho = 1 : \frac{\partial \bar{T}_n}{\partial \rho} + H_d (\bar{T}_n - \bar{\Theta}) = 0 \quad (21)$$

また、力学的境界条件は以下のように無次元表示される。

$$\begin{aligned} \rho = R_i : \bar{\sigma}_{rri} = \bar{\sigma}_{rri+1}, \quad \bar{\sigma}_{rzi} = \bar{\sigma}_{rzi+1} \\ \bar{u}_{ri} = \bar{u}_{ri+1}, \quad \bar{u}_{zi} = \bar{u}_{zi+1} \\ \quad ; i=1 \sim (n-1) \\ \rho = 1 : \bar{\sigma}_{rri} = 0, \quad \bar{\sigma}_{rzi} = 0, \quad \bar{u}_{ri} = f(\zeta)g(\tau) \end{aligned} \quad (22)$$

式(1)、(19)～(21)からわかるように、非定常温度場に対する基礎式は境界条件式(21)に未知関数 $\bar{\Theta}(\zeta, \tau)$ が含まれているため、順問題解析のように温度場を独立に解くことができず、熱弾性場との連立によらねばならない。解析の概要は以下に示す通りである。熱弾性変位ポテンシャル $\bar{\Phi}_i$ とラプの変位関数 \bar{L}_i による方法を用いて熱変形、熱応力を定式化した後、ラプラス変換法により式(20)、(22)の条件式を満足するように温度場と熱弾性場を連立して解き、温度変化、熱変位、熱応力を求め

る。さらに、条件式 (21) より、媒体温度関数 $\bar{\Theta}$ を求める。なお、解析にあたり、式 (22) で与えられる円柱側面 ($\rho = 1$) での半径方向変位 \bar{u}_r の任意関数 $f(\zeta)$ および $g(\tau)$ を次式で与えた。

$$f(\zeta) = \exp(-a_1 \zeta^2), g(\tau) = 1 - \exp(-a_2 \tau) \quad (23)$$

ここで、 a_1 および a_2 は側面上で規定された変位関数の数値パラメータである。なお、上述の操作により得られる温度、熱変位、熱応力および媒体温度関数の理論解は紙面の制約上省略する。

3. 数値計算

前章で求めた理論解に対する数値計算結果を以下に示す。まず、不均質中空円筒の問題解析の計算例として、内側境界から、ステップ状の局部的な加熱を受ける場合を取り上げた。不均質特性として、加熱の作用を受ける内側境界上でアルミナ、冷却を受ける外側境界上でアルミ合金の物性値を持つ不均質材料を考えると、すべての物性値が半径方向に関し直線的な変化の場合を取り上げた。すなわち、加熱条件および円筒の形状に関する計算諸元を次式により与え、物性値を表 1 に示した。

$$\left. \begin{aligned} H_a = H_b = 10.0, \bar{a} = 0.5 \\ f_a(\zeta) = H(\zeta_0 - |\zeta|), \zeta_0 = 1.0, f_b(\zeta) = 0 \end{aligned} \right\} (24)$$

ここで、 $H(x)$ はヘビサイドの単位ステップ関数である。

表 1 アルミナ、アルミ合金の物性値

Material properties of alumina and aluminum alloy

	アルミナ	アルミ合金
温度伝導率 κ_i [m^2/s]	11.9×10^{-6}	90.6×10^{-6}
熱伝導率 λ_i [$\text{W}/(\text{mK})$]	3.6×10	22.2×10
線膨張係数 α_i [$1/\text{K}$]	8.0×10^{-6}	23.6×10^{-6}
縦弾性係数 E_i [GPa]	34.3×10	7.0×10
ポアソン比 ν_i	0.22	0.33

図 3 は加熱を受ける中央断面 ($\zeta = 0$) での半径方向に関する温度分布を示す。

さらに、図 4 には、図 3 と比較するため、2 層複合円筒 (加熱を受ける内側領域がアルミナ、外側領域がアルミ合金からなり、二つの層が等しい厚さの複合円筒) に対する結果を示す。

これらの図より、2 層複合円筒では物性値の相違により加熱を受ける内側領域で大きな温度勾配を示し、かつ界面で温度勾配の不連続を示すのに対して、不均質円筒では、半径方向に関し滑らかな曲線となることがわかる。

また、垂直応力 $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ 、 $\bar{\sigma}_{zz}$ の分布を図 5 ~ 7 に示す。図 5 および図 6 はそれぞれ加熱を受ける中央断面 ($\zeta = 0$) での半径方向の分布および加熱境界上 ($\rho = 0.5$) での軸方向の分布を示す。また、図 5 との比較のため、前述の 2 層複合円筒に対する $\zeta = 0$ での半径方向の分布を図 7 に示

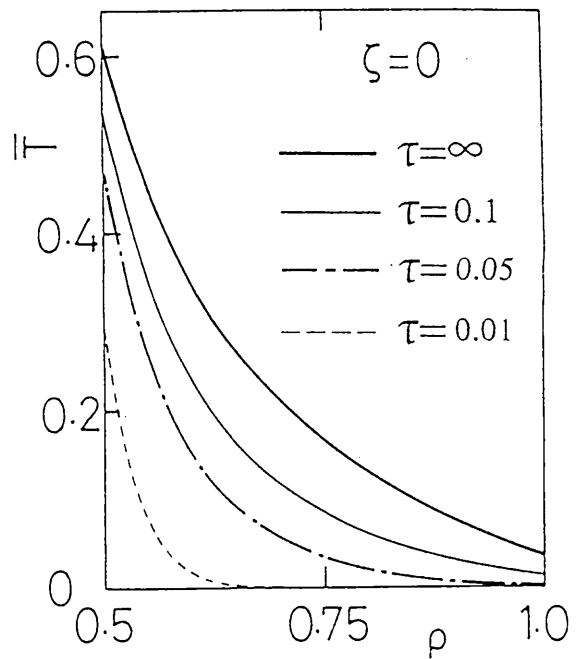


図 3 半径方向温度分布 (不均質円筒, $\zeta = 0$)
Temperature distribution in the radial direction (nonhomogeneous cylinder, $\zeta = 0$)

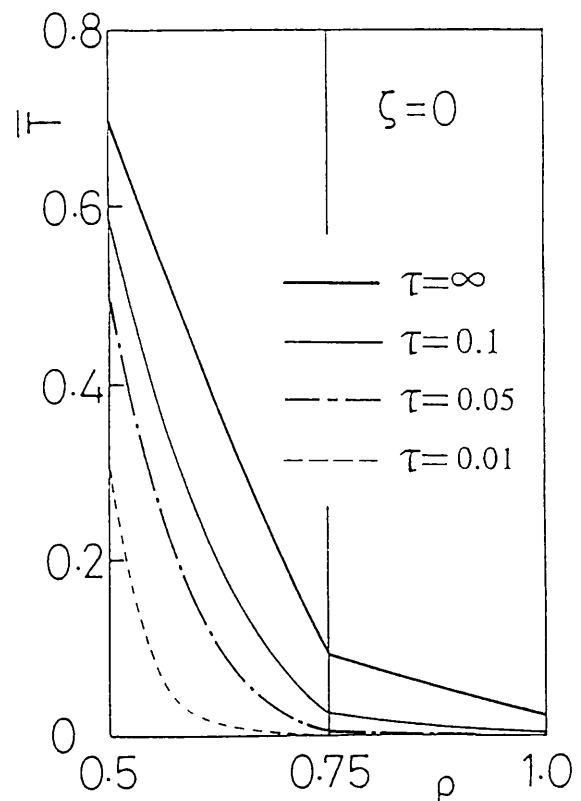


図 4 半径方向温度分布 (2 層複合円筒, $\zeta = 0$)
Temperature distribution in the radial direction (2layered cylinder, $\zeta = 0$)

す。図 6 より加熱領域端 ($\zeta = 1$) 近傍で応力の分布状態が大きく変動することがわかる。図 7 より、円周方向応力 $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ および軸方向応力 $\bar{\sigma}_{zz}$ に関し、2 層複合円筒では異種

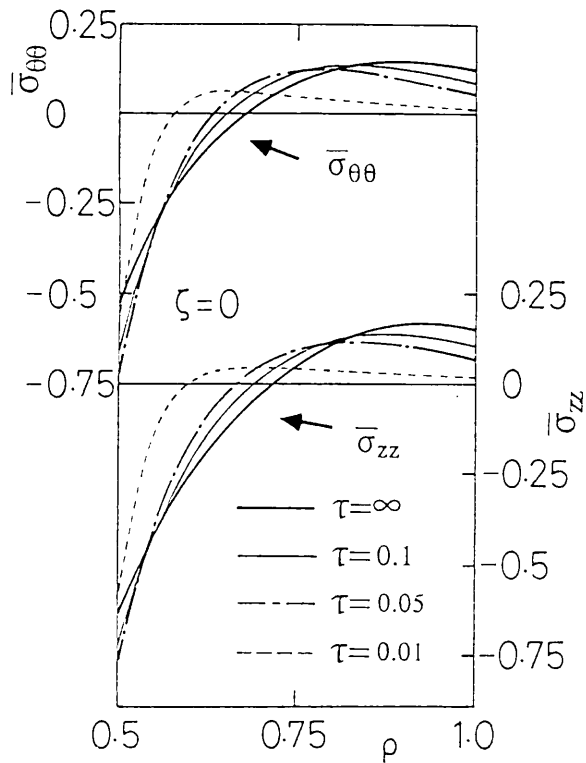


図5 応力 $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ 、 $\bar{\sigma}_{zz}$ の半径方向分布 (不均質円筒, $\zeta = 0$)
Distribution of stress $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ and $\bar{\sigma}_{zz}$ in the radial direction (nonhomogeneous cylinder, $\zeta = 0$)

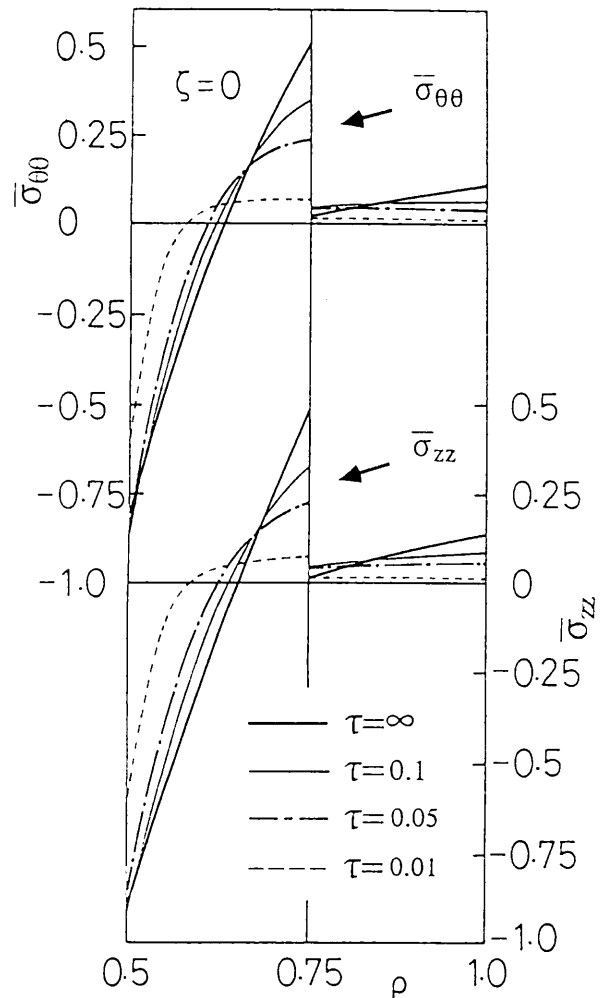


図7 応力 $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ 、 $\bar{\sigma}_{zz}$ の半径方向分布 (2層複合円筒, $\zeta = 0$)
Distribution of stress $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ and $\bar{\sigma}_{zz}$ in the radial direction (2layered cylinder, $\zeta = 0$)

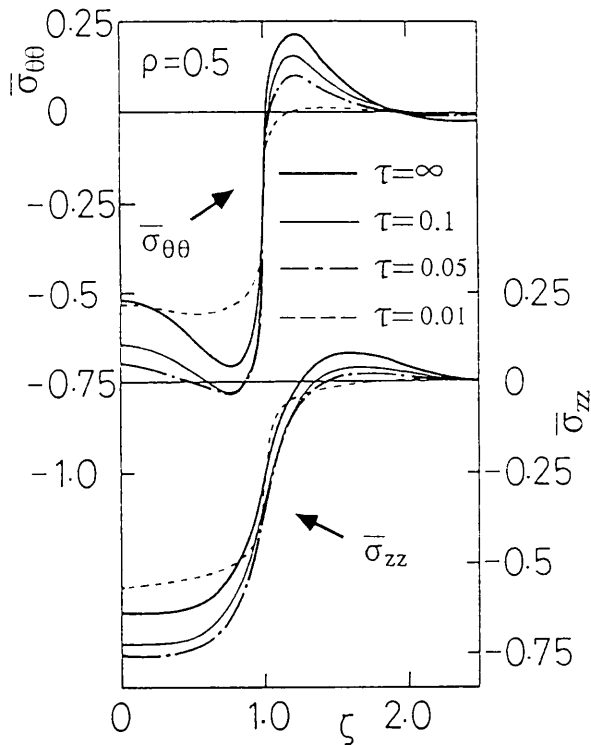


図6 加熱境界上の $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ 、 $\bar{\sigma}_{zz}$ の分布 (不均質円筒, $\rho = 0.5$)
Distribution of stress $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ and $\bar{\sigma}_{zz}$ along the inner surface (nonhomogeneous cylinder, $\rho = 0.5$)

材料間の界面に大きな応力の不連続が現れ、かつ、加熱を受けるアルミナ側に強度上問題となる大きな引張応力が現れることがわかる。図5と図7を比較すれば、生じる熱応力の絶対値に関して、2層材の場合よりも不均質材の場合のほうが、かなり小さく、熱応力緩和効果が明確であることがわかる。

次に、不均質円柱の変位に関する逆問題解析の計算例を示す。中実円柱の不均質特性として、加熱の作用を受ける円柱の側面でアルミナ、円柱の中心でアルミ合金の物性値を持つ不均質材料を考えることとし、すべての物性値が半径方向に関し直線的な変化の場合を取り上げた。また、式(23)で示されるように、円柱側面上 ($\rho = 1$) で規定された半径方向変位の軸方向座標 ζ および経過時間 τ に関する数値パラメータ a_1 および a_2 ならびに円柱側面上での無次元相対熱伝達率 H_a を以下のように与えた。

$$a_1 = 1, a_2 = 1, H_a = 10.0 \quad (25)$$

図8は円柱側面上で与えられた半径方向変位 \bar{u}_r の軸方向分布を示したものであり、時間の経過にかかわらず $\zeta =$

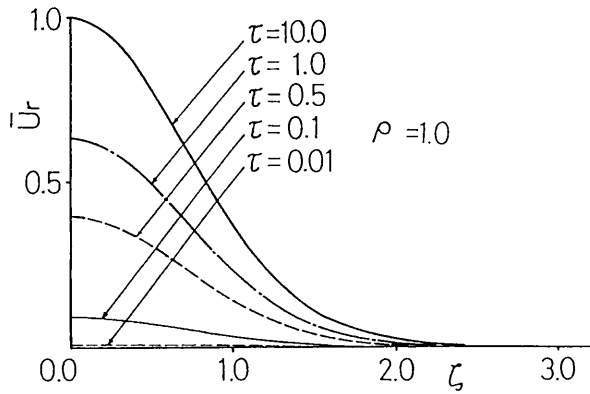


図8 円柱側面上で規定された半径方向変位の時間的变化
Time variation of prescribed radial displacement on the lateral surface of cylinder

2.0程度でほぼ零に収束する関数系で与えられていることがわかる。

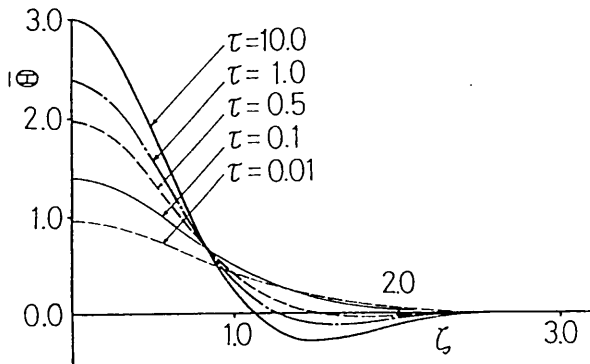


図9 媒体温度関数Thetaの時間的变化
Time variation of heating temperature of surrounding medium

次に、図9は図8で与えられる変位分布に対応した媒体温度関数Thetaの時間の変化を示したものであり、この図より時間の経過とともにzeta=1.1~2.5の範囲でThetaは冷却領域として与えられることがわかる。

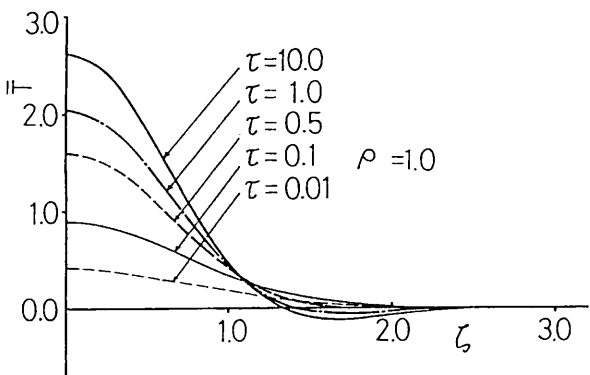


図10 円柱側面上での温度分布
Distribution of temperature on the lateral surface of cylinder

また、図10は円柱側面上 (rho = 1) に生じる温度変化の軸方向の分布を示したものであり、媒体温度関数Thetaの影響により、時間の経過とともにzeta=1.4~2.5の範囲で温度変化はわずかに負の分布を示すことがわかる。

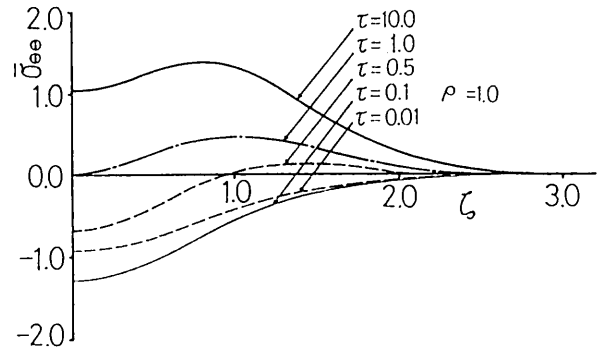


図11 円柱側面上でのsigma_zzの分布
Distribution of stress sigma_zz on the lateral surface of cylinder

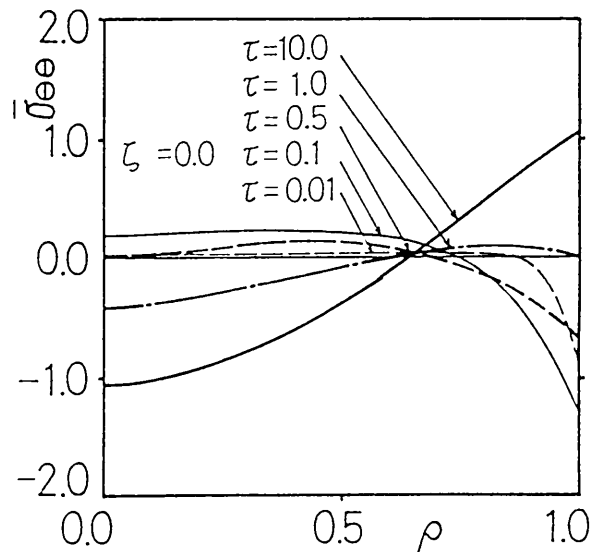


図12 応力sigma_theta thetaの半径方向分布 (zeta = 0)
Distribution of stress sigma_theta theta in the radial direction (zeta = 0)

図11および図12は円周方向応力sigma_theta thetaについて示したものである。すなわち、図11はsigma_theta thetaの円柱側面上での軸方向分布を表したものであり、図12は中央断面上 (zeta = 0) での半径方向分布を示したものである。軸方向分布については比較的なめらかな分布を示すこと、また中央断面の半径方向分布については、時間の経過とともにその分布状態が大きく変化し、かつ円柱の中心近傍では円柱の表面と逆の応力状態を示すことなどがうかがえる。

なお、実際の数値計算では、不均質中空円筒および不均質円柱を仮想的な均等厚さの層に分割し、その層の数nをそれぞれn=20, n=10~40で演算を行った。また、

無次元量の基準となる物性値 κ_0 , λ_0 , α_0 , E_0 についてはアルミ合金の物性値を用いた。

4. 結 言

本研究では、物性値が半径方向に関し不均質特性を持つ円柱の軸対称非定常熱応力問題を取り上げた。すなわち、不均質中空円筒の非定常熱応力に関する順問題と不均質中実円柱の表面の変位が規定された場合の媒体温度関数の決定という逆問題について理論解析し、数値計算例を示した。得られた結果から、著者らが提案している、不均質材料を区分的に均質な多層材料で近似する手法により、軸対称加熱を受ける不均質円柱の非定常熱応力に関する順解析および変位に関する逆解析が理論的に実行可能であることがわかった。

なお、本研究で用いた手法を拡張することにより、不均質円柱の三次元問題や移動熱源問題に関する順解析および不均質円柱の応力に関する逆解析についても解析が可能であると考えられ、これらについては次報で報告の予定である。

参 考 文 献

- 1) たとえば, Proceedings of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials (1990); 第4回傾斜機能材料シンポジウム講演集(1991)
- 2) 畑, 日本機械学会論文集, **49-448A**, 1515 (1983)
- 3) 畑, 日本機械学会論文集, **51-467A**, 1789 (1985)
- 4) Sugano, Y., Theoretical and Applied Mech., **34**, 183 (1986)
- 5) Sugano, Y., Ingenieur-Archiv, **57**, 147 (1987)
- 6) 菅野, 日本機械学会論文集, **54-501A**, 1015 (1988)
- 7) 菅野, 明石, 日本機械学会論文集, **55-509A**, 89 (1989)
- 8) 菅野, 木元, 大坪, 日本機械学会論文集, **56-530A**, 2145 (1990)
- 9) Ootao, Y., Tanigawa, Y. and Murakami, H., J. Thermal Stresses, **13**, 193 (1990)
- 10) 大多尾, 谷川, 日本機械学会論文集, **56-531A**, 2275 (1990)
- 11) 谷川, 福田, 大多尾, 谷村, 日本機械学会論文集, **55-513A**, 1133 (1989)
- 12) Ootao, Y., Fukuda, T. and Tanigawa, Y., Theoretical and Applied Mech., **38**, 177 (1989)
- 13) 大多尾, 谷川, 中西, 日本機械学会論文集, **57-539A**, 1581 (1991)
- 14) Ootao, Y., Tanigawa, Y. and Fukuda, T., J. Thermal Stresses, **14**, 201 (1991)
- 15) 大多尾, 谷川, 笠井, 日本機械学会論文集, **57-537A**, 1161 (1991)