

# 蓄積疲労スペクトルを用いた 振動試験条件の作成と輸送環境の分析

## *Creation of Vibration Test Condition and Analysis of Transportation Environment Using Accumulated Fatigue Spectrum*

津田 和城\* 中嶋 隆勝\* 山内 佳門\*\*  
Kazuki Tsuda Takamasa Nakajima Yoshikado Yamauchi  
井上 良隆\*\*  
Yoshitaka Inoue

(2012年6月19日 受理)

キーワード：振動試験, 蓄積疲労, スペクトル, 加速, 分析, 伝達率, パワースペクトル密度

### 1. はじめに

筆者らは、振動試験<sup>1-3)</sup>の精度向上を目的として、蓄積疲労振動試験システムを提案している<sup>4,5)</sup>。本システムは、輸送ルート、加速係数、安全率などを入力することにより、ランダム振動試験の条件を導出し、試験を実施できるシステムである。本システムでは、蓄積される疲労の新しい評価基準として、振動数ごとに製品にかかる負荷を把握できる指標として蓄積疲労スペクトルを採用している。そのため、振動数の影響を考慮した上で、輸送環境と等価な試験条件の作成や輸送環境の厳しさの分析が可能になる。

これまで、製品にかかる負荷を調べるには、Palmgren-Miner 則やピークカウント法を用いた疲労評価<sup>6-8)</sup>が行われていた。しかしこれらの方法では、振動数を考慮せず振幅のみに注目しているため、振動数の影響を考慮した疲労評価はできなかった。具体的には、加速度が同じであれば、10 Hz, 100 秒間の振動と 100 Hz, 10 秒間の振動は等価であると評価せざるを得なかった。しかし現実の包装貨物においては、10 Hz, 100 秒間の振動の方が厳しいことが経験的に知られており、振動数を無視した疲労評価には限界がある。

このように振動数の影響を考慮できる点が、従来の Palmgren-Miner 則やピークカウント法を用いた試験条件の導出法に対する改善点といえる。

本報告では、実際の輸送環境を対象にして、等価な試験条件の作成や輸送環境の分析に、本システムおよび本指標を活用する方法について紹介する。まず、本指標の基本となる Palmgren-Miner 則や狭帯域ランダム振動下での蓄積疲労を取り上げながら、本指標について説明する。次に、事前に輸送中の荷台振動が調査されている輸送環境を対象にし、本指標を用いて輸送によって製品にかかる負荷を求め、この負荷と同じになる試験条件を導出する。これにより、等価な試験条件を作成し、輸送環境と同じ厳しさの試験で評価することができる。すなわち、本システムによりこれまで一部の専門家以外、実施困難であった試験条件の導出が、誰でも自動的に実施できる。

最後に、輸送環境の分析を容易にするために、振動数に対して本指標の区間積分を行う。得られた値(以下、区間積分値と称す)は、ある輸送環境で蓄積される、振動数帯域に関連する疲労を意味する。この区間積分値を用いて走行道路(一般道路や高速道路など)や経路(往路や復路など)ごとに製品にかかる負荷を求めて比較検討することにより、個々の輸送環境の厳しさを評価することができる。

\* 製品信頼性科

\*\* IMV 株式会社

## 2. 蓄積疲労スペクトルの概念

ここでは、蓄積疲労スペクトルの基本となる Palmgren-Miner 則や狭帯域ランダム振動下での蓄積疲労を取り上げながら、本指標について説明する。

### 2.1 Palmgren-Miner 則

疲労破壊は、応力が小さくても繰り返し負荷されることにより、破壊に至る現象である。疲労寿命を推定する際には、対数グラフの縦軸に応力  $S$ 、横軸に破壊に至るまでの回数  $N$  をとった S-N 曲線が用いられている。応力  $S$  と回数  $N$  には式 (1) の関係があり、 $\beta$  は蓄積される疲労（以降、蓄積疲労と呼ぶ）を表している。しかし実環境では異なる振幅の応力が作用することが多く、このような場合に Palmgren-Miner 則が用いられている。この法則は、異なる振幅の応力による損傷度は個々に蓄積され、その和が 1 を超えると疲労破壊するというものである。この関係は式 (2) で表現でき、蓄積疲労で表すと式 (3) となる。

$$\beta = N \times S^\alpha \quad (1)$$

$$\sum \frac{n_i}{N_i} > 1 \quad (2)$$

$$\sum \beta_i = \sum (n_i \times S_i^\alpha) > \beta \quad (3)$$

- $\alpha$  : 製品の加速係数
- $\beta$  : 製品の蓄積疲労
- $N$  : 破壊に至るまでの回数
- $S$  : 応力
- $n$  : 繰り返し回数

### 2.2 狭帯域ランダム振動下での蓄積疲労

期待振動数  $f_0$  の狭帯域ランダム振動の場合、ピーク値  $a_i$  はレーリー分布を示し、その確率密度関数  $f_{Rayleigh}(x)$  は式 (4) となる。

$$f_{Rayleigh}(x) = \frac{x}{\sigma^2} \times \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4)$$

- $f_{Rayleigh}()$  : レーリー分布の確率密度関数
- $x$  : 変数
- $\sigma$  : 標準偏差

Palmgren-Miner 則を振動試験に応用すると、回数は振動回数、応力は振動加速度のピーク値と見なすことができる。ピーク値  $a_i$  の振動回数  $n_i$  は、期待振動数  $f_0$  と振動時間の積である。さらに、振動時間は全体の振動時間  $T$  と発生確率の積である。そして、発生確率は  $f(a_i)$  と  $\Delta a$  の積で表現できる。一方、 $S_i$  は加速度のピーク値  $a_i$  で表される。したがって、式 (5) が成立する。

$$\begin{cases} n_i = f_0 \times T \times f(a_i) \times \Delta a \\ S_i = a_i \end{cases} \quad (5)$$

式 (5) を式 (3) に代入すると、蓄積疲労  $\beta$  は式 (6) で表現できる。

$$\begin{aligned} \beta &= \sum \beta_i = \sum_{i=1}^{\infty} \{f_0 \times T \times f_{Rayleigh}(a_i) \times \Delta a \times a_i^\alpha\} \\ &= f_0 \times T \times \sum_{i=1}^{\infty} \{f_{Rayleigh}(a_i) \times \Delta a \times a_i^\alpha\} \end{aligned} \quad (6)$$

上式を積分の形式で表すと式 (7) となる。

$$\beta = f_0 \times T \times \int_0^{\infty} \{a^\alpha \times f_{Rayleigh}(a)\} da \quad (7)$$

上式に式 (4) を代入して整理すると、蓄積疲労は式 (8) となる。

$$\beta = f_0 \times T \times (\sqrt{2} \times \sigma)^\alpha \times \Gamma\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) \quad (8)$$

- $f_0$  : 期待振動数 (Hz)
- $T$  : 振動時間 (s)
- $f()$  : 確率密度関数
- $a$  : 加速度の変数
- $\Delta a$  : 確率密度関数の微小区間
- $\Gamma()$  : ガンマ関数

### 2.3 蓄積疲労スペクトル

狭帯域ランダム振動の蓄積疲労  $\beta$  を広帯域ランダム振動に拡張し、蓄積疲労スペクトル  $\beta(f)$  という新しい蓄積疲労の評価指標を定義する。

狭帯域ランダム振動では、式 (3) の  $S_i$  を  $a_i$  とおき、 $a_i$  の標準偏差  $\sigma$  を用いて、式 (8) に示すように蓄積疲労  $\beta$  を定義した。一方、広帯域ランダム振動では、式 (8) の  $\sigma$  の代わりに、 $a_i$  のパワースペクトル密度  $PSD(f)$  の平方根を用い、式 (9) に示すように蓄積疲労スペクトル  $\beta(f)$  を定義する。これにより、蓄積疲労を振動数  $f$  ごとに評価でき、異なる複数の振動による蓄積疲労を振動数ごとに足し合わせることが可能となる。

$$\beta(f) = f \times T \times (2 \times PSD(f))^{\frac{\alpha}{2}} \times \Gamma\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) \quad (9)$$

- $\beta()$  : 蓄積疲労スペクトルの関数
- $PSD()$  : パワースペクトル密度の関数

$\sigma$  の代わりに  $PSD(f)$  の平方根を用いた理由は次のとおりである。広帯域ランダム振動の  $\sigma$  は、 $PSD(f)$  の全振動数範囲での積分値の平方根である。しかし、蓄積疲労スペクトルはスカラー量ではなく、振動数  $f$  の振動成分が蓄積疲労に寄与する度合いを示す指標でなければならない。そこで、振動数  $f$  に限定した振動の強さを代表する値として  $PSD(f)$  の平方根を用いることにした。ただし、 $\beta(f)$  の全振動数範囲における積分

値が、ピークカウント法によるβと等価にはならないことに注意しなければならない。

2.4 蓄積疲労スペクトルの区間積分

蓄積疲労スペクトルを特定の振動数範囲 [f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub>] で区間積分したものを、その振動数範囲の振動成分がもたらす蓄積疲労βと定義する。これにより、製品の固有振動数など、製品の脆弱な振動数範囲に対象を絞って、疲労評価を行うことが可能となる。

$$\beta(f_1, f_2) = \int_{f_1}^{f_2} \beta(f) df$$

$$= T \times \Gamma(1 + \frac{\alpha}{2}) \times \int_{f_1}^{f_2} \{f \times (2 \times PSD(f))\}^{\frac{\alpha}{2}} df \quad (10)$$

ここで、振動数範囲 [f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub>] の蓄積疲労を求めるために、PSD(f) の区間積分値の平方根を、式 (8) に代入する方法を採用しないのは、振動数範囲が大きくなると、狭帯域ランダム振動ではなくなり、ピーク値の分布がレーリー分布と乖離するためである。一般に、広帯域ランダム振動の場合、そのピーク値の分布は正規分布となる傾向がある。

3. 蓄積疲労スペクトルを用いた振動試験条件の作成

蓄積疲労スペクトルを用いた、輸送環境と等価な振動試験の加振条件の導出を行う。具体的には、事前に輸送中の荷台振動が調査されている輸送環境を対象に、本指標を用いて、輸送によって製品にかかる負荷を定量化する。次に、この負荷と等価になる試験条件を本システムにより導出する。

3.1 荷台振動の事前調査

今回、対象とする輸送ルート走行時の荷台振動の加速度パワースペクトル密度を事前に調査した<sup>10)</sup>。輸送ルートは、往路で中央自動車道を利用し、復路で東名高速道路を利用する輸送時間約13時間の大阪-東京間往復とした。走行した道路の詳細は表1に示すと



図1 輸送時の荷台振動調査

表1 輸送経路の詳細

往路 (大阪 → 東京)		
道路		備考
No.	名称	
1	一般道路	大阪 →
2	名神高速道路	豊中 IC →
3	東名高速道路	草津 JCT →
4	中央自動車道	小牧 JCT →
5	一般道路	相模湖 IC → 東京
復路 (東京 → 大阪)		
道路		備考
No.	名称	
6	一般道路	東京 →
7	中央自動車道	相模湖 IC →
8	東富士五湖道路	河口湖 IC →
9	一般道路	須走 IC →
10	東名高速道路	御殿場 IC →
11	伊勢湾岸自動車道	豊田 JCT →
12	東名阪自動車道	四日市 JCT →
13	新名神高速道路	亀山 JCT →
14	名神高速道路	草津 JCT →
15	一般道路	豊中 IC → 大阪

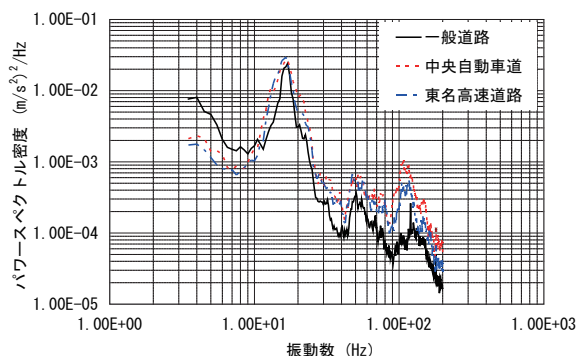


図2 輸送時の荷台振動の加速度パワースペクトル密度 (一般道路, 中央自動車道, 東名高速道路)

おりである。図1にバン(マツダ, ボンゴバン, 最大搭載質量750kg)の荷台振動の事前調査の様子を、図2に、一般道路, 中央自動車道, 東名高速道路を走行したときの荷台振動の加速度PSDを示す。図1に示すように、輸送環境記録計を荷台後部の2箇所(左は予備)に取り付け、輸送中の荷台振動を計測した。ただし記録計の計測結果は荷台の回転方向の動きに影響を受けるが、ここでは、その影響が十分小さいと見なし、垂直方向の振動のみを調査対象としている。さらに、計測する荷台振動の振動数範囲は、JIS Z 0232に記載されている試験条件(図5参照)と同じ3~200Hzとしている。

3.2 実輸送における蓄積疲労スペクトルの推定

図3に示すように、試験機の振動テーブル上に包装



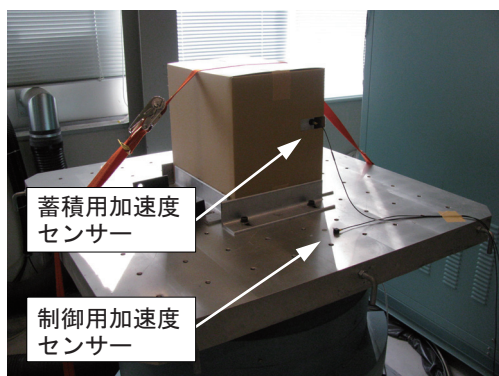


図3 振動試験の様子

貨物を固定し、蓄積疲労計測用の加速度センサを製品の側面に取り付けた。事前調査時(実輸送時)には製品に加速度センサを取り付けていないため、製品の加速度は測定されていない。そこで、事前調査で得られた各道路走行時の荷台振動の加速度 PSD を用いて振動テーブルを振動させて、実輸送時に相当する製品の加速度を測定した。次に、得られた各道路の加速度 PSD と各走行時間を式(9)に代入することにより、輸送によって製品にかかる負荷、すなわち蓄積疲労スペクトルを算出した。最後に、各道路の蓄積疲労スペクトルを足し合わせ、全輸送経路に対する蓄積疲労スペクトルを算出した。得られた結果を図4に示す。ただし、製品の加速係数 $\alpha$ は3としている。

### 3.3 試験条件の導出

同様に、包装貨物を振動テーブル上に固定(図3参照)し、その振動の加速度 PSD を制御しながら、設定した試験時間内に、3.2で算出した蓄積疲労スペクトルと等価な疲労を製品に与える PSD を探索(振動試験条件を導出)する。この PSD 探索機能は本システムに備わった機能である。導出された振動試験条件を図5に示す。ここで、試験の安全率は1(輸送と同レベル)、試験時間は30分(JISの推奨最低試験時間)としている。

### 3.4 結果と考察

図4に示すように、試験環境での蓄積疲労スペクトルと、輸送環境での蓄積疲労スペクトルを比較すると、全振動数範囲にわたってほとんど差が認められない。このことから、輸送環境で製品に蓄積される疲労を、振動数まで正確に、試験で再現できていることがわかる。また図2と図5を比較すると明らかなように、導出された試験条件は JIS 規格と明らかに異なり、輸送中の荷台振動の加速度 PSD を反映した(どの道路走行時においても荷台振動には 18 Hz 付近や 102 Hz 付近にピークがある)ものになっている。このように本

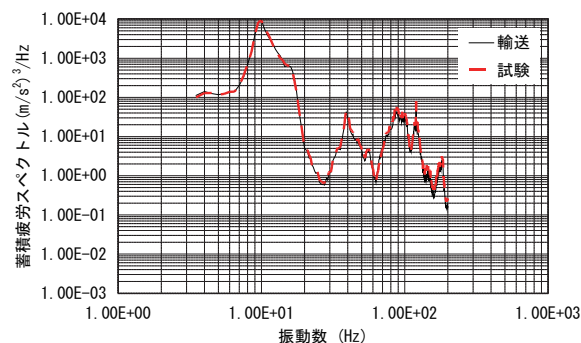


図4 輸送時や試験時の製品の蓄積疲労スペクトル

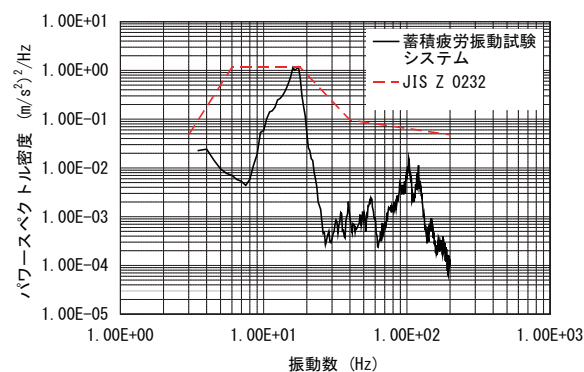


図5 試験時の振動テーブルの加速度パワースペクトル密度

指標を用いれば、輸送環境と等価な振動試験の加振条件を導出できることがわかった。

## 4. 蓄積疲労スペクトルを用いた輸送環境の分析

高い振動数の振動に脆弱な製品もあれば、低い振動数の振動に脆弱な製品もある。ここでは、特定の周波数帯域に脆弱な製品について、蓄積疲労スペクトルの区間積分を用いた、輸送環境の厳しさの分析を行う。蓄積疲労スペクトルは関数であるが、その区間積分により定数で表現できる。これにより、ある製品に対して、輸送環境がどのように厳しいかを、道路別(一般道路、中央自動車道、東名高速道路)や経路別(往路、復路)に比較分析することが可能となる。

本章では、まず、蓄積疲労スペクトルにより得られる情報について整理する。次に、区間積分を活用する効果について説明する。最後に、実輸送データに基づき、低周波(3~25 Hz)に弱い製品と、高周波(25~200 Hz)に弱い製品に対して、輸送環境の厳しさの違いを分析し、その結果を比較検討している。

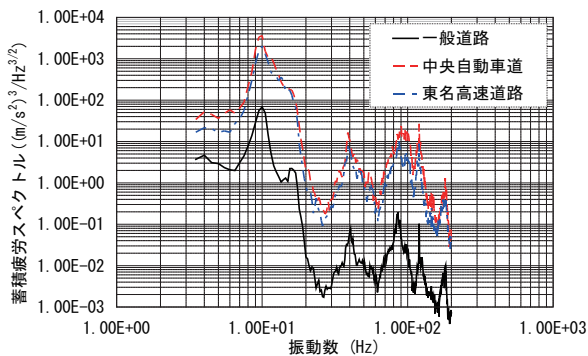
### 4.1 蓄積疲労スペクトル(振動数ごとの製品にかかる負荷)

3.2で推定した走行道路別、経路別の蓄積疲労スペクトルを図6(a), (b)に示す。図より明らかなように、今回の輸送では、10 Hz, 40 Hz, 90 Hz付近に負荷のピークがあり、特に10 Hz付近のピークが大きくなっている。また、高速道路の負荷は一般道路よりも大きくなっており、往路の負荷は復路と同程度であるものの、一部、復路よりも若干大きくなっている。このように蓄積疲労スペクトルから、特定の振動数に注目した形で、走行道路別に製品にかかる負荷を把握できる。これは、製品の脆弱性に関する特徴を考慮した上で、どの道路やどの経路が製品にとって厳しいのかを判断する材料になる。

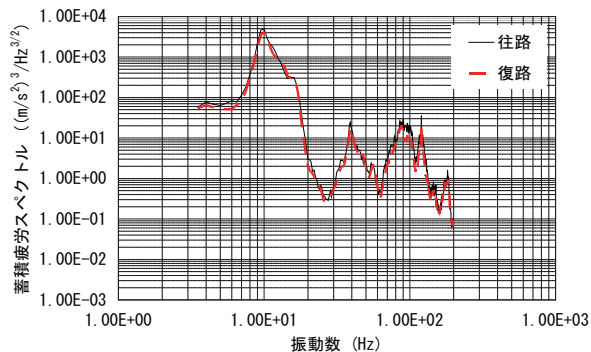
このように、蓄積疲労スペクトルは、試験条件の導出や詳細な分析に、非常に有効な解析手段である。

#### 4.2 蓄積疲労スペクトルの面積（振動数帯域ごとの製品にかかる負荷）

前節より明らかなように、蓄積疲労スペクトルは、詳細な分析には有効な解析手段である。しかしその反面、簡易な分析には不向きである。たとえば、走行道路別の蓄積疲労を棒グラフにしようとしても、指標が関数であるため、振動数をパラメータとした三次元の棒グラフになってしまい、一目瞭然とはならない。



(a) 輸送道路（一般道路, 中央高速道路, 東名高速道路）



(b) 輸送経路（東京—大阪間往復）

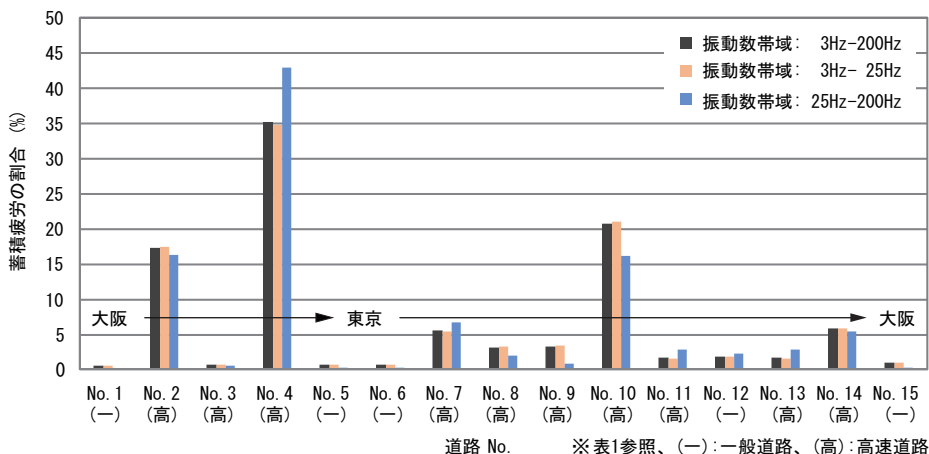
図6 各道路や各経路における蓄積疲労スペクトル

そこで特定の振動数帯域に対して、蓄積疲労スペクトルを区間積分して（式(11)参照）、走行道路別に製品にかかる負荷を推定し、その振動数帯域に関する蓄積疲労を定数化する。これにより、走行道路や経路別に、蓄積疲労を算出でき、棒グラフなどを用いた、わかりやすい比較分析が可能となる。

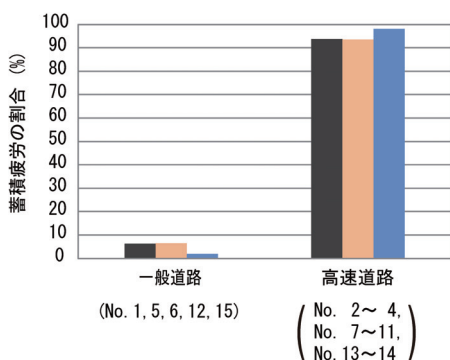
$$\beta(3,200)_{\text{道路}} = \int_3^{200} \beta(f)_{\text{道路}} df \quad (11)$$

ただし、振動数帯域を全振動数帯域に広げてしまうと、従来のピークカウント法と同様、振動数の影響を無視してしまうことになる。また、蓄積疲労スペクトルの定義式は、狭帯域ランダム振動のピークの分布がレーリー分布であることを前提として、設定されている。そのため、その区間積分値に関しては、ピークの分布形状の違いなどによる誤差が生じる可能性がある。今後、この誤差を低減する手法の研究が必要である。

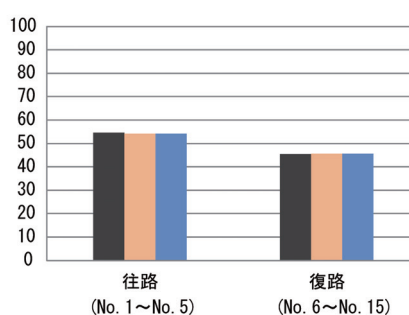
ここでは、全振動数帯域3～200 Hzを2分割し、3～25 Hzと25～200 Hzの振動数帯域に注目して、走行道路別に製品にかかる負荷を推定する。分割する振動数は、蓄積疲労スペクトルにおける10 Hz付近と40 Hz付近のピークの境にあたる25 Hzとした（図6参照）。図7(a), (b), (c)に3～200 Hz, 3～25 Hz, 25～200 Hzそれぞれの振動数帯域に注目したときの、輸送全体に占める各走行道路の負荷の割合を、道路別、一般道路と高速道路別、往路と復路別に示す。図7(a)より明らかなように、No.2の名神高速道路、No.4の中央自動車道、No.10の東名高速道路の負荷が大きくなっている。また図7(b), (c)から、今回の輸送では一般道路と高速道路を比較すると高速道路の負荷が大部分を占め、往路と復路を比較すると往路の負荷は復路より約10%大きくなっていることがわかる。さらに図7(a)より、3～200 Hzの割合と3～25 Hzの割合を比較すると同程度であるものの、3～200 Hzの割合と25～200 Hzの割合の比較では、No.4の中央自動車道の割合が増加してNo.10の東名高速道路の割合が減少している。このことから、3～200 Hzの負荷に及ぼす影響は3～25 Hzの振動の方が、25～200 Hzの振動よりも大きいことがわかる。このように、蓄積疲労スペクトルおよびその区間積分値を用いれば、特定の振動数あるいは、特定の振動数帯域に注目した形で、輸送道路Aと輸送道路B（同様に、輸送経路Aと輸送経路B、輸送形態Aと輸送形態B、輸送環境と試験環境）のどちらが製品にとって厳しいかが明らかになる。



(a) 輸送道路 (No.1 ~ No.15)



(b) 一般道路と高速道路



(c) 輸送経路 (東京-大阪間往復)

図7 蓄積疲労の割合

## 5. おわりに

実際の輸送環境を対象にして、輸送環境と等価な試験条件の作成および輸送環境の厳しさの分析に蓄積疲労スペクトルを活用する方法について紹介した。以下に要点をまとめる。

- (1) 蓄積疲労スペクトルから、輸送や試験によって製品にかかる負荷を把握できるため、作成された試験条件が輸送環境と同程度の厳しさであるかがわかる。
- (2) 蓄積疲労スペクトルおよびその区間積分値から、特定の振動数あるいは、特定の振動数帯域に注目した形で、走行した道路や経路ごとに製品にかかる負荷を把握できるため、どの道路やどの経路が製品にとって厳しいのかがわかる。

## 参考文献

- 1) JIS Z 02332 (2004); 包装貨物-振動試験方法
- 2) ASTM D 4728 (2006); Standard Test Method for Random Vibration Testing of Shipping Containers.
- 3) ISO 13355 (2001); Packaging-Complete, filled transport pack ages-Vertical random Vibration tests.
- 4) 中嶋隆勝, 津田和城, 川田浩二, 山内佳門: 日本包装学会誌, **16**, 1 (2007) 41.
- 5) IMV 株式会社蓄積疲労振動試験システムのホームページ: [http://www.imv.co.jp/goods/vibrationtest/control/k2\\_fatigue/](http://www.imv.co.jp/goods/vibrationtest/control/k2_fatigue/)
- 6) 河野澄夫, 岩元睦夫: 包装技術別冊, **92**, 9 (1992) 98.
- 7) 細山 亮, 中嶋隆勝: 日本包装学会誌, **19**, 2 (2010) 113.
- 8) 劉 建楠, 斎藤勝彦: 日本包装学会誌, **19**, 4 (2010) 297.
- 9) 津田和城, 中嶋隆勝, 山内佳門, 井上良隆: 日本包装学会第19回年次大会予稿集 (2010) 134.
- 10) 井上良隆, 森 整: 日本包装学会誌, **20**, 2 (2011) 77.