# X-ray Residual Stress Measurement Techniques for Confined Areas

小栗 泰造\* Taizo Oguri

(2009年6月5日 受理)

X-ray residual stress measurement techniques for confined areas were developed: the irradiation sizechanging method, the pseudo- $\psi$  angle-changing method, and the dual-axis inclining method. In the irradiation size-changing method and the pseudo- $\psi$  angle-changing method, stress is measured from the peak shift because of a change in the irradiation size or the irradiation position on the cylindrical surface under  $\psi = 0$  deg optical alignment. In the dual-axis inclining method, the stress measurement is conducted under the condition that the  $\psi$ scanning plane is inclined from the specimen normal by  $\Omega$  ( $\psi$  scanning plane  $\perp \Omega$  scanning plane). The actual value of the stress is obtained from dependence of the measured stress on the  $\Omega$  angle. Furthermore, the geometric effects, the characteristics of the  $2\theta - \sin^2 \psi$  diagram, and the value of measured stress are described for the conventional X-ray stress measurements of a cylindrical surface.

Key words: X-ray stress measurement, residual stress, confined areas, complicated geometry, nondestructive inspection

# 1. はじめに

X線応力測定法は残留応力の非破壊測定手法として 広く利用されている.その適用条件は,被測定物が巨 視的等方性を有する多結晶体であって,深さ方向に応 力勾配のない平面応力状態にあることである.これら は,測定原理を構成するX線回折とsin<sup>2</sup>ψ法<sup>1)</sup>を利用 するための必須条件である.加えて,測定結果の確度 および精度に重大な影響を与えるものとして,被測定 物の形態に関する条件がある.具体的には,(1)測定 表面が平坦かつ滑らかであること,(2)X線入射角の 広範な変化を妨げるような障害物が測定面周辺にない ことが要求される.

形態的条件は付加的条件に過ぎず,これを欠いた状態であっても測定自体は不完全ながらも実施できるが,測定精度等が許容できないことがある.より良好な測定結果が必要な場合には,形態的条件を満たすよ

うに被測定物の一部を切除等するか,形態的条件の影響が少ない測定手法を採用する必要がある.前者の解決手段は,従来からしばしば採られてきた.しかし,破壊を伴うため,非破壊であることを特徴とする X線応力測定法を用いる利益が半減してしまう.後者としては, $\varphi = \sin^2 \psi$ 法<sup>2)</sup>がよく知られている.しかし,この手法では,測定面法線と $\psi$ 角の走査平面とは平行でなければならず,被測定物の形状によってはこの条件を満たせないことがある.

著者らは,破壊を要せず,測定面法線とψ角の走査 平面とが平行でなくてもよい狭隘部のための測定手法 を考案した.以下において,その原理,効果,および 適用条件について説明する.また,これに先じて,狭 隘部応力測定法を着想する契機となった曲面部応力測 定の研究について述べる.

# 2. 曲面の X 線応力測定<sup>3-5)</sup>

円筒面の残留応力を通常のX線応力測定法で測定



Fig. 1  $2\theta - \sin^2 \psi$  diagrams measured for various sizes of irradiated area determined on the surface of a  $\phi$ 5 steel bar.

する場合に見られる現象とその発生機構について説明 する.

# 2.1 $2\theta - \sin^2 \psi$ 線図の特徴

Fig. 1 は,丸棒(直径 5 mm,炭素工具鋼)の表面に 種々の照射寸法を設定し,その円周方向応力および軸 方向応力を通常の X 線応力測定法で測定したときの 2θ – sin<sup>2</sup>ψ 線図である.

円周方向応力に関しては (a),照射寸法 (弦長さ 2 $\zeta$ )が大きくなるとともに回帰直線の勾配は減少して いる.線形性は、2 $\zeta$ の値が小さいときには比較的良 好である.しかし、2 $\zeta$ の値が大きいときには、2 $\theta$  – sin<sup>2</sup> $\psi$ 線図はやや非線形性を呈している.

一方,軸方向応力に関しては (b),照射寸法が変化 しても  $2\theta - \sin^2 \psi$ 線図の勾配と線形性はあまり変化せ ず,平行移動のような変化が生じている.

## 2.2 影響因子 3-5)

前節の現象は,X線回折において三種の幾何学的効果(回転効果,並進効果,および不均一吸収効果)を 考慮することにより導き出すことができる.

Fig. 2 に, 凸状円筒面に対する X 線応力測定の模式 図を示す.物体内体積要素 dV での X 線回折における 幾何学的効果について説明する.なお,これら幾何学 的効果は,その性質上,凹面についても同様に生じる.

## 2.2.1 回転効果

回転効果とは、ψ角のミスセットによる回折ピーク シフトのことをいう.すなわち、試料表面の法線がゴ ニオメーターのψ回転の角度基準軸(Fig. 2 において はy軸)と平行でないことに起因する回折ピークシフ トである.回転効果は平坦試料であってもミスセット により起こり得るが、曲面に対する測定においてはミ



(a) Circumferential stress measurement



(b) Axial stress measurementFig. 2 Models for analysis.

スセットがなくても必然的に生じる.

回転効果を考慮したときの体積要素における回折角 は、円周方向応力測定の場合は次式で表すことができ る.

$$2\theta_{\rm C} = \frac{\sigma_{\rm C}}{K}\sin^2(\psi + \omega) - \frac{\nu}{K(1+\nu)}(\sigma_{\rm A} + \sigma_{\rm C}) + 2\theta_0 \quad (1)$$

ここで、Kは応力定数、 $\theta_0$ は無ひずみ状態の Bragg 角、 v は Poisson 比である.式(1)は、 $2\theta - \sin^2 \psi$ 線図が非 線形になることを示唆している.Fig. 1(a)に対応する 全照射領域における回折角は、体積要素による回折強 度曲線要素を照射領域全体で重ね合わせることにより 構成した全体回折強度曲線から求められる<sup>3,4)</sup>.

一方,軸方向応力測定の場合の体積要素における回 折角は,次式で表すことができる.

$$2\theta_{\rm A} = \frac{\sigma_{\rm A} - \sigma_{\rm C} \sin^2 \omega}{K} \sin^2 \psi + \frac{\sigma_{\rm C}}{K} \sin^2 \omega - \frac{\nu}{K(1+\nu)} (\sigma_{\rm A} + \sigma_{\rm C}) + 2\theta_0$$
(2)

式 (2) は、回転効果のみを考慮する限り、 $2\theta - \sin^2 \psi$ 線 図が線形であることを示唆している. Fig.1(b) に対応 する全照射領域における回折角については、第 2.3 節 で述べる.

2.2.2 並進効果

並進効果とは, 試料表面が基準平面 (Fig. 2 におい ては Š) からずれていることに起因した見かけ上の回 折ピークシフトである<sup>4,5)</sup>. 並進効果も回転効果と 同様, 平坦試料においてもミスセットにより生じ得る が, 曲面に対する測定においては必然的に生じる. な お, 高低差とゴニオメーター半径にもよるが, 全体の ピークシフトに及ぼす影響は回転効果と比べると顕著 ではない.

2.2.3 不均一吸収効果

不均一吸収効果とは、X線の材料への侵入を考慮し た場合において、入射X線および回折X線の材料内 での通過経路長さが体積要素の位置によって異なり、 X線吸収の程度に差が生じるために、照射領域全体の 回折X線を構成する際の寄与度が体積要素の位置に よって異なることをいう.

軸方向応力測定 (Fig. 2(b)) の場合の体積要素における回折強度 dI<sub>A</sub> は次式で表される.

$$dI_{\rm A} = a_{\rm A} b_{\rm A} I_0 \sin \gamma_{\rm A} \cos \omega \exp(-\mu L_{\rm A}) r dr d\omega dz \qquad (3)$$

$$L_{A} = \left(\frac{1}{\sin \gamma_{A}} + \frac{1}{\sin \beta_{A}}\right) \left(\sqrt{\rho^{2} - r^{2} \sin^{2} \omega} - r \cos \omega\right)$$
$$\gamma_{A} = \theta_{A} + \psi, \quad \beta_{A} = \theta_{A} - \psi$$

ここで、 $a_A$ は回折に寄与する結晶粒の体積比、 $b_A$ は 単位体積あたりの回折比、 $I_0$ は単位面積あたりの入射 X線強度、 $L_A$ は入射 X線および回折 X線の材料内で の通過経路長さ、 $\mu$ は材料の線吸収係数である.通過 経路長さ  $L_A$  が  $\omega$  の関数であることが不均一吸収効果 を表している.

不均一吸収効果は,回転効果とあいまって,回折ピー クのシフトを引き起こす.

#### 2.3 軸方向応力測定時の $2\theta - \sin^2 \psi$ 線図

Fig. 1(b) に対応する照射面全体における回折角  $2\theta_A$ は、 $2\theta_A$ の回折強度  $dI_A$ に関する照射領域全体にわたっ ての重みつき平均値として表すことができる.

$$\langle 2\theta_{\rm A} \rangle = \frac{\int_V 2\theta_{\rm A} dI_{\rm A}}{\int_V dI_{\rm A}} + \Delta \tag{4}$$

ここで、*V*は円筒内部を含む全照射領域, Δ は並進効 果によるピークシフトを表す. 簡単のため,回折強度 にもっとも影響する表面のみを考慮し,並進効果を無 視することとし,その他適当な近似を導入すれば次式 が得られる.

$$\langle 2\theta_{\rm A} \rangle \approx \left[ \frac{\sigma_{\rm A}}{K} - \frac{\sigma_{\rm C}}{3K} \left( \frac{\zeta}{\rho} \right)^2 \right] \sin^2 \psi + \frac{\sigma_{\rm C}}{3K} \left( \frac{\zeta}{\rho} \right)^2 - \frac{v}{K(1+v)} \left( \sigma_{\rm A} + \sigma_{\rm C} \right) + 2\theta_0 \tag{5}$$

式(5)の第一項および第二項は,照射寸法の変化に伴っ て  $2\theta - \sin^2 \psi$ 線図の勾配とグラフ上の位置が変化する ことを示している.線図の勾配は、例えば等二軸応力 状態に近い状態では、 $\sigma_A / K$ によりほぼ定まるから、 照射寸法の変化に伴って線図が平行移動的な変化をす ることがわかる.

# 曲面応力測定から狭隘部応力測定 への展開

Fig. 1(b) で示したように,円筒面の軸方向応力測定 においては,照射寸法によって 2θ – sin<sup>2</sup>ψ 線図が平行 移動的な変化をする.そして,その変化量は式(5) に 示したとおり,照射寸法と円周方向応力に依存するこ とを説明した.この知見から,照射寸法の変化のみに 基づいて円周方向応力の測定が可能となることを着想 し,X線入射角を変化させにくい狭隘部の応力測定に 利用することを考えた.

Fig. 3 に, 凹型 R 部に側壁に平行な平面内で X 線を 照射する状況の模式図を示す. R 部には, 一様な主応 力である周方向応力  $\sigma_c$  および軸方向応力  $\sigma_A$  が存在す るものとする.

体積要素 *dV* における回折角 20<sub>A</sub> は,式(2)と同じ 式で表される.照射面全体における回折角 <20<sub>A</sub>> は, 式(5)の導出手続きと同様の手続きを経ることにより 次式のように導かれる.

$$\langle 2\theta_{\rm A} \rangle \approx \left[ \frac{\sigma_{\rm A} - \sigma_{\rm C} \sin^2 \Omega}{K} - \frac{\sigma_{\rm C}}{3K} \left( \frac{\zeta}{\rho} \right)^2 \right] \sin^2 \psi + \frac{\sigma_{\rm C}}{K} \sin^2 \Omega + \frac{\sigma_{\rm C}}{3K} \left( \frac{\zeta}{\rho} \right)^2 - \frac{\nu}{K(1+\nu)} \left( \sigma_{\rm A} + \sigma_{\rm C} \right) + 2\theta_0 \tag{6}$$

式 (6) の第一項は,軸方向に  $\psi$ 角走査して得た 2 $\theta$  – sin<sup>2</sup> $\psi$ 線図の勾配が照射位置  $\Omega$  および照射寸法  $\zeta$  を介して円周方向応力の影響を受けることを示しており, 第二項および第三項は  $\psi = 0$  deg 時の回折角が同様の影響を受けることを示している.



Fig. 3 Schematic illustration of the X-ray irradiation onto the corner of the concave cylindrical surface in the plane parallel to the side wall.

この検討結果から,以下の手法をとることにより狭 隘部の応力を X 線で測定し得ることが見出された. (i) 照射寸法を変える (式 (6) 第三項に基づく方法) (ii) 照射位置を変える (同式第二項に基づく方法) (iii) 照射寸法および照射位置をそれぞれ一定に保っ たまま, ψ角走査面をこれと直交する平面内で 傾ける (同式第一項に基づく方法)

手法 (i) が「面積変化法」,手法 (ii) が「擬似 ψ角変化 法」,そして手法 (iii) が「二軸傾斜法」である.

# 4. 狭隘部の応力測定技術

本章では,三種の狭隘部応力測定技術の測定原理に ついて説明するとともに,各手法の適用条件と得失を 整理する.

## 4.1 面積変化法 6)

面積変化法は、Fig. 3 に示す状況 (曲率半径 $\rho$ の円 弧面,側壁に平行な平面内に X 線経路がある状況) に おいて、 $\psi = 0 \deg$ の状態のままで照射寸法 (2 $\zeta$ ) を種々 に変化させたときに生じる回折ピークシフトから円周 方向応力 ( $\sigma_c$ ) を求めるものである.

式(6)の第二項以下の項( $\psi$  = 0deg 時の回折角に相 当する量)に着目し,( $\zeta / \rho$ )<sup>2</sup>で偏微分すれば,次式が 得られる.

$$\frac{\sigma_{\rm C}}{3K} = \left. \frac{\partial \langle 2\theta_{\rm A} \rangle}{\partial (\zeta/\rho)^2} \right|_{\psi=0^{\circ}} \tag{7}$$

したがって、Fig. 4 に示すように、各照射寸法におい て測定された $\psi = 0$  deg 時回折角を $(\zeta / \rho)^2$ に関してプ ロットすれば、その回帰直線の勾配から円周方向応力 を求めることができる.



Square of normalized irradiation size  $(\zeta/\rho)^2$ 

**Fig. 4** Schematic illustration of  $2\theta_{\psi=0^{\circ}}$  versus  $(\zeta / \rho)^2$  diagram of the irradiation size-changing method.



**Fig. 5** Schematic illustration of  $2\theta_{\psi=0^{\circ}}$  versus  $\sin^2\Omega$  diagram of the pseudo- $\psi$  angle-changing method.

本手法は、例えば、歯車歯元部での歯形方向応力の 測定に用いることができる.従来法では隣接歯のため に ψ 角の変化がしばしば制限されるが、本手法では ψ 角一定の下で測定できるからである.

なお,式(7)の左辺の分母には係数3があり,応力 定数*K*をみかけ上大きくする効果を奏するため,本 手法のひずみ感度はあまり良くない.

#### **4.2** 擬似ψ角変化法<sup>7)</sup>

擬似  $\psi$  角変化法は、Fig.3 に示す状況(曲率半径  $\rho$  の円弧面, 側壁に平行な平面内に X 線経路がある状況) において、 $\psi = 0 \deg$ の状態のままで照射位置 P を種々 に変化させ、これに伴う  $\Omega$  角の変化によって生じる 回折ピークシフトから円周方向応力 ( $\sigma_c$ ) を求めるもの である.

式(6)の第二項以下の項(ψ = 0deg 時の回折角に相 当する量)に着目し, sin<sup>2</sup>Ωで偏微分すれば,次式が 得られる。

$$\frac{\sigma_{\rm C}}{K} = \left. \frac{\partial \langle 2\theta_{\rm A} \rangle}{\partial \sin^2 \Omega} \right|_{\psi = 0^{\circ}} \tag{8}$$

したがって、Fig. 5 に示すように、各照射位置におい て測定された  $\psi = 0 \deg$ 時回折角を sin<sup>2</sup> $\Omega$  に関してプ ロットすれば、その回帰直線の勾配から円周方向応力 を求めることができる.

本手法は、例えば、歯車歯元部での歯形方向応力の 測定に用いることができる.従来法では隣接歯のため に ψ 角の変化がしばしば制限されるが、本手法では ψ 角一定の下で測定できるからである.

なお、本手法では、X線が照射されている領域の傾 き角(Ω)を特定する必要があり、そのためには通常、 X線応力測定装置とは別個の手段を要する。その手段 としては、例えば、X線応力測定装置内にレーザー変 位計と三軸ステージを備え付け、これにより曲面形状 をその場測定した上で、曲面上の位置と傾き角の関係 を求める方法や、対象物が規格品である場合等、寸法 形状が既知の場合には、その既知寸法を参照して傾き 角を得る方法が考えられる。

#### 4.3 二軸傾斜法<sup>8)</sup>

二軸傾斜法は, Fig. 6 において, X 線経路面 (xy 平面)を測定面法線 OZ に対して傾けた状態 ( 傾斜角  $\Omega$ ) で並傾法<sup>9)</sup>の走査を行って応力を測定し, その値の  $\Omega$ 依存性から直交二方向の応力 ( $\sigma_L$  および  $\sigma_T$ )を求める ものである.照射寸法および照射位置は変化させない が,X線経路面は側壁によって遮蔽されない範囲内で 種々の傾き(Ω)に変化させる.

前述の面積変化法および擬似ψ角変化法は,円弧 面上での照射寸法または照射位置を変化させることに よって,試料面法線を基準とした X 線入射角 (Fig. 3 における Ω 角 )が実質的に変化することを利用するも のであった.これに対し,本手法は,並傾法と側傾法<sup>99</sup> を併用する手法である.すなわち,照射寸法および照 射位置は一定に保ち,回転により Ω 角を変化させる ものである.Ω角を変化させる手段は両者で異なるが, その効果は同一である.したがって,狭隘部円筒面に ついて導出した式 (6) は,本手法においてもそのまま 成立する.

本手法は,式(6)の第一項を利用する測定法である. 第一項は,測定面法線と $\psi$ 角についての走査平面とが 平行でないまま縦方向応力 $\sigma_L$ についての測定を行え ば, $\sigma_L$ ではなく $\sigma_L^{\dagger}$ が測定されることを意味している.

$$\sigma_{\rm L}^{\dagger} \equiv \sigma_{\rm L} - \sigma_{\rm T} \sin^2 \Omega - \frac{\sigma_{\rm T}}{3} \left(\frac{\zeta}{\rho}\right)^2 \tag{9}$$

したがって、Fig. 7のように、種々の傾斜角 $\Omega$ の下で 測定された $\sigma_L^{\dagger}$ を $\sin^2\Omega$ についてプロットすれば、そ の勾配から横方向応力 $\sigma_T$ が、 $\sin^2\Omega = 0$ に外挿して得 た y 切片から縦方向応力 $\sigma_L$ が求められる(平坦面 $\rho$ → ∞の場合).

本手法は、例えば、歯車の歯元のほか、ほぼ平坦面 である歯面での応力測定に用いることができる.従来 法では隣接歯のために測定面法線とψ角の走査平面 とを平行にできない場合があるが、本手法では両者が 平行でない状態 (Ω ≠ 0 deg) で測定できるからであり、 また前二節で述べた手法のように測定面の円弧形状を 利用するものではないからである.

傾斜角 Ωは、側傾法の走査が可能なゴニオメーター を用いるときには、特別の手段によることなく特定す



Fig. 6 Schematic illustration of X-ray diffraction in dual-axis inclining measurement for a side-wall of V-groove.



**Fig. 7** Schematic illustration of  $\sigma_L^{\dagger}$  versus  $\sin^2 \Omega$  diagram of the dual-axis inclining method.

ることができる. 側傾法の角度基準軸と測定面法線と を一致させておくことにより, ゴニオメーター・コン トローラーに指示する側傾法上の設定角度をΩ角と みなすことができるからである. したがって, この場 合には, 傾斜角を特定するための特別の手段を用意し なくても二軸傾斜法を実施することができる.

#### 4.4 適用条件と得失の比較

各測定手法を適用するにあたっては,通常のX線 応力測定法の適用条件(形態的条件を除く)に加えて, 各手法に固有の条件を満たすことが必要である.

4.4.1 面積変化法と擬似 ψ 角変化法

面積変化法および擬似 ψ 角変化法に固有の適用条件 は以下のとおりである.

- (i) 測定面が円弧形状または円弧形状に近似可能な 形状であること.
- (ii) 測定領域内で応力が一定であること.
- (iii) 照射寸法または照射面の傾き角を特定できること.

上記の固有条件 (i) または (ii) が満たされない場合に は,第4.1 節および第4.2 節で説明した 2θ<sub>y=0</sub>。- (ζ / ρ)<sup>2</sup> 線図および 2θ<sub>y=0</sub>。- sin<sup>2</sup>Ω 線図の直線性が低下すると考 えられる.

測定感度は,理論的には,面積変化法より擬似ψ角 変化法が優れている.これは,式(7)および式(8)に おける分母の係数3の有無に起因する.一方,測定の 容易性については,擬似ψ角変化法より面積変化法が 優れていると考えられる.擬似ψ角変化法では,照射 面の傾き角情報をゴニオメーターとは別個の手段を通 じて得る必要があり,測定手順が面積変化法のそれよ り複雑だからである.

4.4.2 二軸傾斜法

二軸傾斜法に固有の適用条件は以下のとおりであ る. 近似可能な形状であること.

- (ii) ψ角の走査に加えて、ψ角走査平面に直交する 平面内での角度走査が可能であること.
- (iii) 測定面が円弧形状である場合には,照射領域内 で応力が一定であること.

角度走査の範囲は、測定精度上、できるだけ広くす ることが望ましい.第4.3節で説明したとおり、本手 法は $\sigma_L^{\dagger} - \sin^2\Omega$ 線図の勾配と外挿により得た切片から 応力を求めるものである.したがって、標本点を分散 させて勾配推定値の信頼区間を小さくするとともに、 できる限り切片の近傍にデータを得て外挿区間を小さ くすることが、応力の測定精度を向上させるからであ る.

二軸傾斜法は,測定面が平坦な場合にも適用できる 点,および X 線応力測定装置のみで実施し得る点に おいて,他の二手法より適用範囲が広く,また実施し やすい.ただし,X 線応力測定装置のみで実施するに は,並傾法と側傾法の走査を同時に行える仕様のゴニ オメーターを装備していなければならない.

## 5. おわりに

狭隘部での X 線応力測定を可能にする三種の測定 技術,すなわち面積変化法,擬似ψ角変化法および二 軸傾斜法を考案し,モデル試料を用いた検証実験を通 じて妥当性を確認した。今後は実物への適用を推進す べきと考えている.このためにはまず,適用範囲をで きる限り限定しないよう,各手法にそれぞれある制約 条件の緩和・解消や実施手順の容易化を図る必要があ る.汎用性・実用性の向上が今後取り組むべき課題で あると考えている.

## 参考文献

- 日本材料学会 X 線材料強度部門委員会:X 線応力測定 法標準-鉄鋼編-(2002) 3.
- 永井欣一,岩田光正,菊地恭三,奥本勇二,小林博栄: 溶接学会誌,45 (1976) 1037.
- 3) 小栗泰造, 村田一夫, 水谷勝己: 材料, 49 (2000) 645.
- 4) 小栗泰造: Study on X-ray residual stress analysis of curved surfaces, PhD thesis, 大阪市立大学 (2003) 35.
- 5) 小栗泰造,村田一夫,佐藤嘉洋:日本材料学会第141 回X線材料強度部門委員会研究討論会(2003)11.
- 6) T.Oguri, K.Murata K.Uegami, and Y.Sato: Journal of Strain Analysis, **37** (2002) 427.
- 7) T.Oguri, K.Murata and K.Yamaguchi: Journal of Strain Analysis, **43** (2008) 395.
- 8) 小栗泰造,村田一夫,山口勝己:材料, 56 (2007) 641.
- 9) 日本材料学会 X 線材料強度部門委員会:X 線応力測定 法標準-鉄鋼編-(2002) 35.

(i) 測定面が平坦もしくは円弧形状またはこれらに

本技術論文は、大阪府立産業技術総合研究所の許可なく転載・複写することはできません.