円柱状表面のX線残留応力測定
—照射面積変化法による円周方向応力の推定—

X-Ray Residual Stress Measurement on Cylindrical Surfaces —Estimation of Circumferential Stress by Irradiation Size-Changing Technique—

小栗　泰造*　村田　一夫**　佐藤　嘉洋***

Taizo Oguri　Kazuo Murata　Yoshihiro Sato

(2003年7月14日 受理)

A new method was developed to estimate circumferential stress on a cylindrical surface without tilting X-ray beams in the circumferential direction. In this method, the X-ray path is restricted in the plane including the vertical axis and the central axis of the cylinder. Circumferential stress is estimated by measuring a shift of the diffraction angle at $\psi=0^\circ$ caused by change in the circumferential size of the X-ray irradiation area. The relation between circumferential stress σ_C and the diffraction angle at $\psi=0^\circ$ $(2\theta_{\psi=0^\circ})$ is given as $\sigma_C/K \approx g\partial(2\theta)/\partial(\sin^2\omega_\zeta)|_{\psi=0^\circ}$, $(0 \leq \sin^2\omega_\zeta \leq 0.75)$, where K is a stress constant, g is a geometric factor, and ω_ζ is an effective angle representing the irradiation size. For normalized penetration depth $\delta_{eff}/\rho \lesssim 0.01$, $g \simeq 3.35$; where δ_{eff} is the X-ray effective penetration depth and ρ is the radius of curvature.

キーワード：X線応力測定，円柱面，円周方向応力，残留応力，照射寸法，非破壊検査

1．緒論

残留応力は機械構造物の疲労や応力腐食割れに大きな影響を及ぼすため，機械構造物の品質を管理する上で残留応力の測定および制御は不可欠である．残留応力の測定法としては，非破壊測定が可能なX線応力測定法[1)]が一般に広く用いられている．この方法の応力算出原理である$\sin^2\psi$法では，その適用条件として，巨視的等方性(結晶粒が小さく，照射領域内に多数の結晶粒が存在し，照射領域全体として優先方位がないこと)，X線侵入深さ内に応力勾配のない平面応力状態，および平坦かつ滑らかな測定表面を必要とする．しかしながら，実用機械部品は一般に複雑な形状を有しており，また，残留応力測定が必要な部位はしばしば湾曲面であるため，$\sin^2\psi$法を適用した場合には，湾曲形状に起因した測定誤差が生じるほか[2-4)]，試料形状によっては測定に必要な照射X線のψ回転が阻害されるなど[5,6)]，幾何学的影響に基づく測定上の問題が発生するため，これらに対する非破壊残留応力測定は困難であることが少なくない．とりわけ，歯車の歯元部やクランクシャフトのフィレット部などの凹状湾曲部のX線残留応力測定は，前述の両方の幾何学的問題が生じるため，きわめて困難である．

そこで本論文では，このような凹状湾曲部の残留応力測定を可能にする方法として，照射X線のψ回転を必要とせず，測定面が湾曲していることを利用する新しい測定技術—照射面積変化法—を提案する．本稿では湾曲形状が円柱形状である場合を取り上げる．照射面積変化法では，X線経路は円柱の中心軸と中心軸に垂直な鉛直軸を含む平面内に制限され，円周方向の照射寸法を変化させた際に生じる$\psi=0^\circ$時の回折ピークのシフトから円周方向応力が求められる．

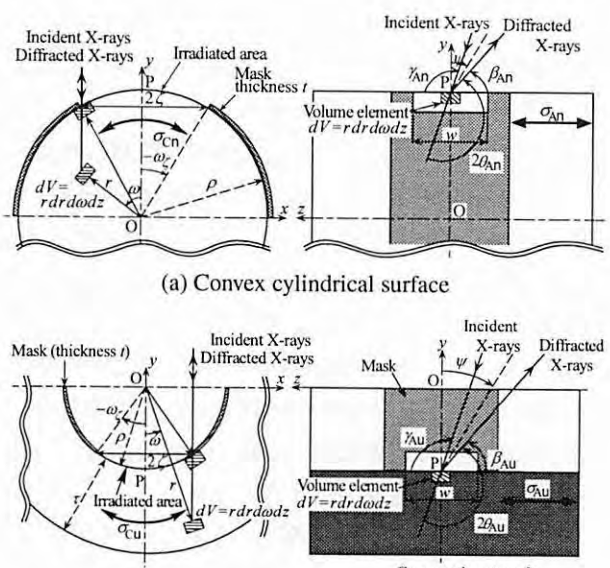
まず，並傾法軸方向応力測定の配置で$\psi=0^\circ$時の回折角と円周方向の照射寸法との関係を解析的に検討し，円周方向応力の推定式を導出した．また，凸円柱面の円周方向残留応力を従来の$\sin^2\psi$法と照射面積変化法のそれぞれで測定し，両測定値を比較することにより推定式の妥当性を検証した．さらに，種々の材料，回折条件，および曲率半径のもとで解析を行うことにより，X線侵入深さの影響，推定精度，および推定式の適用限界について検討した．

*　評価技術部　材料評価グループ
**　生産技術部　精密機械グループ
***　大阪市立大学大学院工学研究科機械物理系専攻

2．推定理論

(1) 解析モデル

図1に，凸および凹状円柱表面の軸方向応力を並傾法で測定する状況を模式図で示す．図に示すように，yz平面に平行な平面内でのψ一定法によるX線入射を想定する．X線照射領域は，表面の一部をマスクで覆うことにより定めるものとする．X線照射領域の大きさは窓の弦長さ2ζ，あるいは有効角$2\omega_\zeta$で表わす．窓の軸方向長さwは一定とする．ここで，上述のX線照射条件では，凸円柱面の場合，マスクの厚さは照射領域の円周方向寸法に影響しない．また，凹円柱面では，マスクの厚さは円周方向寸法を減少させるが，減少量を見込んで寸法設定を行うことは可能である．したがって，マスクの厚さは無視するものとする．照射領域の中心Pはゴニオメーターの回転軸上にあるものとする．円柱には，半径方向および円周方向に変化しない軸方向応力σ_{Aj}および円周方向応力σ_{Cj}が存在するものとする．加えて，X線侵入深さ内に半径方向応力は存在しないものとする．また，円柱内の位置(r, ω)にある体積要素dVの中には，多数の結晶粒がランダムな方位をもって存在するものとし，$\sin^2\psi$法が適用できるものとする．



(a) Convex cylindrical surface

(b) Concave cylindrical surface

図1　並傾法走査による円柱状表面に対する軸方向応力測定を表す模式図［照射面積変化法では$\psi=0°$］

Schematic illustrations of the axial stress measurement for a cylindrical surface by the iso-inclination scanning method [$\psi=0°$ for the irradiation size-changing technique]

(2) 円柱状湾曲面からの回折角

体積要素dVからの回折X線の強度dI_{Aj}は，材料内侵入にともなう減衰を考慮して次式で表わされる．

$$dI_{Aj}=a_{Aj}b_{Aj}I_o\sin\gamma_{Aj}|\cos\omega|e^{-\mu L_{Aj}}r\,dr\,d\omega\,dz \qquad (1)$$

$$L_{Aj}=\left(\frac{1}{\sin\gamma_{Aj}}+\frac{1}{\sin\beta_{Aj}}\right)\times(\delta_{jn}-\delta_{ju})\left(\sqrt{\rho^2-r^2\sin^2\omega}-r\cos\omega\right)$$

$$\gamma_{Aj}=\theta_{Aj}+\psi,\quad \beta_{Aj}=\theta_{Aj}-\psi$$

$$j,\ j'=\mathrm{n(convex)\ or\ u(concave)}$$

ここで，a_{Aj}は回折に寄与する結晶粒の体積比，b_{Aj}は単位体積あたりの回折比，I_oは単位面積あたりの入射X線強度，γ_{Aj}，β_{Aj}は，それぞれ入射X線および回折X線とz軸とがなす角度，μは線吸収係数，L_{Aj}は試料表面から体積要素dVまでの経路長，$\delta_{jj'}$はKroneckerの記号である．θ_{Aj}はdVでのBragg角であり，次式で与えられる．

$$2\theta_{Aj}=\frac{\sigma_{Aj}-\sigma_{Cj}\sin^2\omega}{K}\sin^2\psi+2\theta_o-\frac{\nu}{K(1+\nu)}(\sigma_{Aj}+\sigma_{Cj})+\frac{\sigma_{Cj}}{K}\sin^2\omega \qquad (2)$$

ここで，Kは応力定数，$2\theta_o$は無ひずみ状態の回折角，νはPoisson比である．さらに並進効果（試料面がゴニオメーターの回転中心からずれていること）によるピークシフトΔ_jが生じる．検出器が直線型PSPC (positionsensitive proportional counter) の場合，Δ_jは符号を含めて次式で与えられる．

$$\Delta_j=(\delta_{ju}-\delta_{jn})\frac{q(\rho-r\cos\omega)\sin2\theta_{Aj}}{l\sin(\theta_{Aj}+\psi)} \qquad (3)$$

ここで，qはPSPCの測角範囲，lはPSPCの有感部長さである．実際に観測される回折角は$2\theta_{Aj}+\Delta_j$となる．しかし，このピークシフトは測定系に依存することから，Δ_jは後述の実験結果において，$\langle 2\theta_{Aj}\rangle-\langle\Delta_j\rangle$（$\langle 2\theta_{Aj}\rangle$は実測された回折角，$\langle\Delta_j\rangle$は$\Delta_j$の期待値を表す）を計算することにより考慮するものとする．

あるψ角で測定される回折角$\langle 2\theta_{Aj}\rangle$は，$2\theta_{Aj}$の回折強度$dI_{Aj}$に関する重みつき平均値と考えられ，次式で表される．

$$\langle 2\theta_{Aj}\rangle=\frac{\int_{V_j}2\theta_{Aj}\,dI_{Aj}}{\int_{V_j}dI_{Aj}}=F\sin^2\psi+G+2\hat{\theta}_o \qquad (4)$$

$$V_j=\left\{(x,y,z);\ \rho^2\delta_{ju}\le x^2+y^2\le(\rho+\tau\delta_{ju})^2,\ |x|\le\rho\sin\omega_\zeta,\ |z|\le\frac{w}{2}\right\}$$

$$\omega_\zeta=\arcsin\frac{\zeta}{\rho}$$

$$F=\frac{\int_{V_j}(\sigma_{Aj}-\sigma_{Cj}\sin^2\omega)\,dI_{Aj}}{K\int_{V_j}dI_{Aj}}$$

$$G=\frac{\int_{V_j}\sigma_{Cj}\sin^2\omega\,dI_{Aj}}{K\int_{V_j}dI_{Aj}}$$

$$2\hat{\theta}_o=2\theta_o-\frac{\nu}{K(1+\nu)}(\sigma_{Aj}+\sigma_{Cj})$$

V_jは円柱内部を含む全照射領域を表す．ここで，式(4)の第2項，関数Gに注目する．$\psi=0°$の時，回折角は関数Gと定数項$2\hat{\theta}_o$で表される．関数Gは，円周方向応力σ_{Cj}と形状に関係する量ωを含むことから，照射領域の大きさが変わると，円周方向応力の大きさに応じて$\psi=0°$の時の回折角$\langle 2\theta_{Aj}\rangle_{\psi=0°}$が変化すると予想される．さらに，$\omega$は$\sin^2\omega$の形であることから，照射領域の大きさと$\langle 2\theta_{Aj}\rangle_{\psi=0°}$との関係は，$\sin^2\psi$法における$2\theta$対$\sin^2\psi$関係と類似していることが予想される．そこで，照射寸法と$\psi=0°$時の回折角との関係を調べた．

(3) 円周方向応力の推定

本解析では，a_{Aj}，b_{Aj}およびI_oは定数とみなす．また，式(1)においてのみ，γ_{Aj}，β_{Aj}は次式に示すように定数とみなす．

$$\gamma_{Aj}\approx\theta_o+\psi,\ \beta_{Aj}\approx\theta_o-\psi \tag{5}$$

本節では，解析対象として直径5mmの鋼丸棒を取り上げる．表1に解析条件を示す．σ_{Cn}/Kは円周方向応力の大きさを表わす指標であり，以後“応力因子”と呼ぶ．応力因子は-3(引張り応力)から+3(圧縮応力)まで広範囲に変化させる．

図2に，直径5mmの鋼丸棒についてαFe211回折($CrK\alpha$)の条件下で求めた，照射寸法と照射寸法変化にともなう$\psi=0°$時の回折角シフト量との関係を示す．横軸は$\sin^2\omega_\zeta$であり，照射寸法を表す指標である．縦軸は$\langle 2\theta_{An}\rangle_{\psi=0°}-2\hat{\theta}_o$であり，$G$に等しい．図2は，照射寸法を増加させると，円周方向応力に応じて回折ピークシフトが生じることを示している．この関係は，$\sin^2\psi$法における2θ対$\sin^2\psi$関係と類似している．そこで，円周方向応力とこの曲線の傾きとの関係を調べた．

表1　解析条件
Conditions for analysis

Diameter of round bar 2ρ	5 mm
Diffraction, characteristic X-rays	αFe211, $CrK\alpha$
Diffraction angle $2\hat{\theta}_o$	156.0°
Linear absorption coefficient μ	95.05 mm^{-1}
Stress factor σ_{Cn}/K	−3, −2, −1, +1, +2, +3°

X線の侵入を考慮した場合のG対$\sin^2\omega_\zeta$関係に関して，それの回帰直線を$0\leq\sin^2\omega_\zeta\leq0.75$の範囲内で原点を通るという条件のもとで求めた．このようにして，$\psi=0°$時の回折ピークの変化率$\partial\langle 2\theta_{An}\rangle/\partial(\sin^2\omega_\zeta)|_{\psi=0°}$を求めた．この回帰分析における決定係数$R^2$は0.997以上であった．

図3に，応力因子σ_{Cn}/Kと回折ピークの変化率$\partial\langle 2\theta_{An}\rangle/\partial(\sin^2\omega_\zeta)|_{\psi=0°}$との関係を示す．実線はX線の侵入を考慮した場合を表し，破線はX線の侵入を考慮しない場合を表す．破線は厳密に線形であり，実線もほとんど線形である．したがって，X線の侵入を

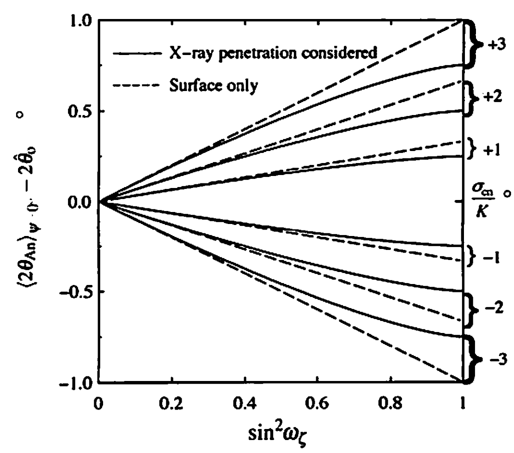


図2　照射寸法$\sin^2\omega_\zeta$と$\psi=0°$時のピークシフト$G=\langle 2\theta_{An}\rangle_{\psi=0°}-2\hat{\theta}_o$との関係
Relation between the irradiation size $\sin^2\omega_\zeta$ and the peak shift at $\psi=0°$, $G=\langle 2\theta_{An}\rangle_{\psi=0°}-2\hat{\theta}_o$

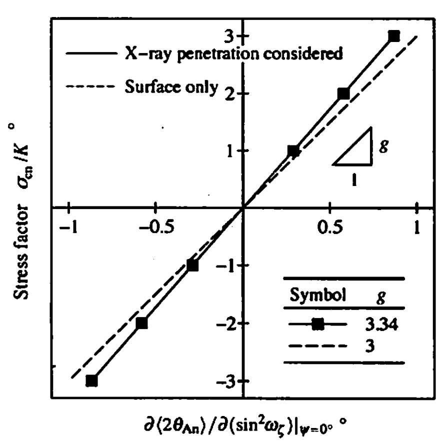


図3　応力因子σ_{Cn}/Kと図2の範囲$0\leq\sin^2\omega_\zeta\leq0.75$における回帰分析により得られた回折ピークシフト率$\partial\langle 2\theta_{An}\rangle/\partial(\sin^2\omega_\zeta)|_{\psi=0°}$との関係
Relation between the stress factor σ_{Cn}/K and the shifting rate of the diffraction peak $\partial\langle 2\theta_{An}\rangle/\partial(\sin^2\omega_\zeta)|_{\psi=0°}$ obtained from the regression analysis of Fig.2 in the region of $0\leq\sin^2\omega_\zeta\leq0.75$

考慮した場合の回折ピークシフト率は，次式のように表される．

$$\frac{\sigma_{\mathrm{Cn}}}{K} \approx g \frac{\partial \langle 2\theta_{\mathrm{An}} \rangle}{\partial (\sin^2 \omega_\zeta)} \bigg|_{\psi=0^\circ} \tag{6}$$

$$g = 3.34 \quad (0 \leq \sin^2 \omega_\zeta \leq 0.75)$$

ここで，g は幾何学因子である．この式は，$\sin^2\psi$ 法における応力算出式と類似している．X線の侵入を考慮しない場合の g は3に等しいが，X線の侵入を考慮した場合は約3.34となる．

3．実験

(1) 実験方法

解析結果の妥当性を検証するため実験を行った．残留応力測定には，直線型PSPCを備えた微小部X線応力測定装置（PSPC/RSFシステム，理学電機）を用いた．試料には，球状化焼きなまし処理された炭素工具鋼の丸棒（直径5mm，全長約50mm）を用いた．測定領域には，ほぼ一様な円周方向残留応力および軸方向残留応力が存在することを，幾何学的影響が生じない小さい照射領域（コリメーター ϕ0.5mm）を設定し，通常のX線応力測定法により確認した．X線照射領域は，試料の一部を十分なX線遮蔽能力を有するマスクで覆うことにより定めた．照射領域の軸方向の長さ w は，回折強度が十分に大きくなるよう，また，すべての ω_ζ 角で照射領域全体がX線照射されるように変化させた．試料は，装置に備え付けられた40倍の光学顕微鏡を用いて，照射領域の中心PがゴニオメーターⅠの回転軸上にあるようにセットした．X線応力測定条件を表2に示す．

表2　X線応力測定条件

Conditions for X-ray stress measurement

Characteristic X-rays	Cr$K\alpha$ (Filter: V foil)
Diffraction	αFe211
Tube voltage, current	30 kV, 20 mA
Detector	One-dimensional PSPC
Angular range of PSPC	20°
Active length of PSPC	100 mm
Peak determination	Half-value breadth
Correction	Lorentz, Polarity
	Absorption $\mu = 95.05\ \mathrm{mm}^{-1}$
Stress constant	−318 MPa/deg
Collimator	4 mm in diameter
(for conventional method)	
Scanning method	Iso-inclination, fixed ψ_0
ψ angle	0, 15, 25, 30, 35, 40, 45°
Irradiation size	1.0 mm
(for irradiation size-changing technique)	
ψ angle	0°
Irradiation size	1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5 mm

まず，通常のX線応力測定法を用いて円周方向応力ならびに軸方向応力を測定することにより実在残留応力の参照値とするとともに，応力勾配や集合組織が存在しないことを確認した．

ついで，照射面積変化法を実施した．yz 平面内でのX線照射のもとでX線照射領域の大きさを6通りに変化させ，それぞれについて $\psi=0°$ 時の回折角を測定した．回折角はそれぞれの照射寸法について5回測定し，照射寸法ごとにそれらの平均値を算出した．さらに，式(3)によって表される並進効果を次のようにして補正した．全照射領域に対する並進効果によるピークシフト $\langle\Delta_{\mathrm{n}}\rangle$ は，Δ_{n} の重み付き平均値を $\psi=0°$，$2\theta_{\mathrm{An}} \approx 2\hat{\theta}_{\mathrm{o}}$，$r \approx \rho$，および，式(5)の条件の下で計算することにより，近似的に次式のように表される．

$$\langle \Delta_{\mathrm{n}} \rangle \approx \int_{S_{\mathrm{n}}} \Delta_{\mathrm{n}} \frac{dI_{\mathrm{An}}}{dr}\bigg|_{r=\rho} \bigg/ \int_{S_{\mathrm{n}}} \frac{dI_{\mathrm{An}}}{dr}\bigg|_{r=\rho}$$

$$= \frac{q\rho \cos\hat{\theta}_{\mathrm{o}} (\sin 2\omega_\zeta + 2\omega_\zeta - 4\sin\omega_\zeta)}{2l \sin\omega_\zeta} \tag{7}$$

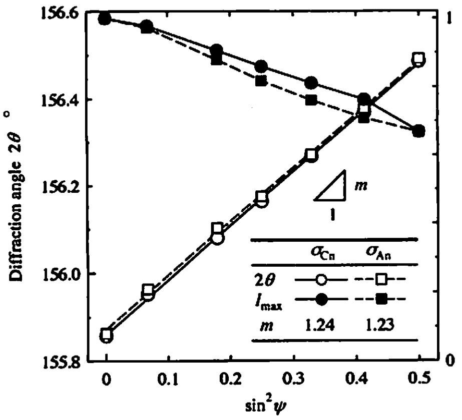
$$S_{\mathrm{n}} = \left\{ (r, \omega, z);\ r=\rho,\ |\omega| \leq \omega_\zeta,\ |z| \leq \frac{w}{2} \right\}$$

ここで，q はPSPCの測角範囲，l はPSPCの有感部長さである．観測される回折角から $\langle\Delta_{\mathrm{n}}\rangle$ を差し引くことにより並進効果を除去する．

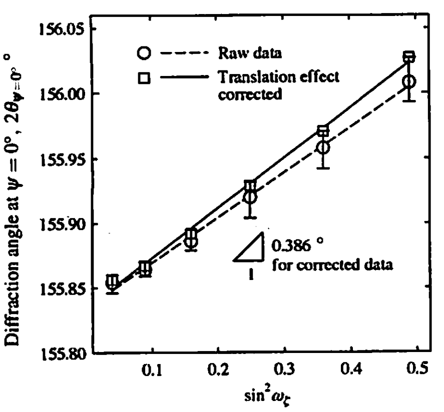
(2) 実験結果

図4(a)に，通常のX線応力測定法で測定したときの 2θ 対 $\sin^2\psi$ 線図と，ψ 角変化にともなう回折線のピーク強度の変化を示す．いずれの応力成分についても，ψ 角変化による回折強度の著しい変動は見られず，2θ 対 $\sin^2\psi$ 関係の線形性はかなり良い．これらの結果は，X線照射領域内に急峻な応力勾配や優先方位，あるいは粗大結晶粒がほとんど存在しないことを示唆しており，前述の解析条件を満たしていると考えられた．図4(a)によると，円周方向応力は約−394MPaである．

図4(b)に，測定された $2\theta_{\psi=0°}$ 対 $\sin^2\omega_\zeta$ 関係を示す．○は実測データを表わし，□は式(7)によって与えられる並進効果に起因したピークシフトを補正したデータを表わす．図4(b)によると，それぞれの照射領域に対する回折角測定値のばらつきは小さく，$2\theta_{\psi=0°}$ 対 $\sin^2\omega_\zeta$ 関係の線形性はかなり良い．並進効果に起因したピークシフト $\langle\Delta_{\mathrm{n}}\rangle$ は，$\sin^2\omega_\zeta \simeq 0.49$ ($\omega_\zeta \simeq 45°$) の場合で約0.02°である．$2\theta_{\psi=0°}$ 対 $\sin^2\omega_\zeta$ 関係の勾配は0.386°と求められ，式(6)より円周方向応力は約−410MPaと計算された．通常のX線応力測定法に



(a) Conventional method



(b) Irradiation size-changing technique

図4　直径5mmの炭素工具鋼丸棒に対する残留応力測定結果：(a) 従来法による2θ対$\sin^2\psi$関係と最大回折強度のψ角依存性，(b) 照射面積変化法による$2\theta_{\psi=0^\circ}$対$\sin^2\omega_\zeta$関係

Results of the residual stress measurement for the round bar of spheroidized carbon tool steel (5 mm in diameter): (a) 2θ *versus* $\sin^2\psi$ relation and the variation in the maximal diffraction intensity I_{max} with respect to the ψ angle obtained by the conventional method, (b) $2\theta_{\psi=0^\circ}$ *versus* $\sin^2\omega_\zeta$ relation obtained by the irradiation size-changing technique

より測定された円周方向応力と，照射面積変化法によるそれとはよく一致している．

4．考察

回折条件と試料条件が推定式に及ぼす影響，ならびに，推定式の適用限界および推定精度について考察する．第3節と同様の解析を種々の条件［材料，特性X線，曲率半径，そして表面形状（凸および凹）］のもとで行い，それぞれの場合におけるg値を算出した．追加する解析条件を表3に示す．

図5に，種々の回折面，特性X線および表面形状に対する曲率半径とg値との関係，ならびに，曲率半径とg値を求めるための線形回帰分析における決定係数R^2との関係を示す．横軸は，63.2%有効X線侵入深さを曲率半径ρで無次元化したX線侵入深さδ_{eff}/ρで整理している．図によると，曲率半径が小さくなるとともに凹面に対するg値は増加し，単調に発散する．一方，凸面の場合のg値は減少の後，収束する傾向を示す．X線侵入深さに比して曲率半径の大きいところでは，g値はほぼ一定（g≃3.35）となる．これらの振舞いは以下のように説明できる．図1および式(2)に示すように，X線経路上にある体積要素の角度位置ωは，表面からの深さによって異なる．凸状円柱の場合，X線が円柱内に深く侵入するとともに，限界角ω_ζより大きい角度位置にある体積要素が回折強度に寄与するようになる．大きいωに位置する体積要素ほど，よ

表3　拡大解析条件

Widened conditions for numerical analysis

Diffraction Characteristic X-rays	Diffraction angle $2\hat{\theta}_0$ °	Linear absorption coeff. μ mm^{-1}
αFe211, CrKα	154.72	95.05
γFe311, CrKβ	149.6	68.29
αFe220, FeKα	144.5	52.28
Cu420, CuKα	144.7	46.03
Al420, CoKα	162.1	20.94
Surface configuration	Convex, concave	
Radius of curvature ρ mm	0.025, 0.05, 0.1, 0.25, 0.6, 1, 2.5, 10	
Thickness of concave cylinder τ mm	5 ≫ X-ray effective penetration depth	

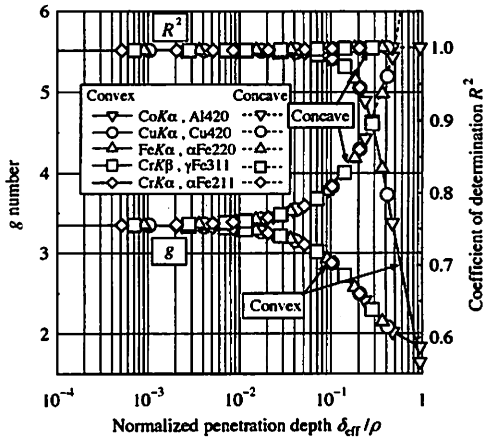


図5　規格化侵入深さとg値およびg値を求める回帰分析時の決定係数R^2との関係（δ_{eff}：X線有効侵入深さ）

Relation between the normalized penetration depth (δ_{eff}/ρ) and the g number/the coefficient of determination R^2 in the regression analysis for the g number (δ_{eff}: X-ray effective penetration depth)

り大きい回折角シフトを与える．したがって，回折ピークのシフト率$\partial\langle 2\theta_{An}\rangle/\partial(\sin^2\omega_\zeta)|_{\psi=0°}$は，X線侵入深さ($\mu^{-1}$程度)が曲率半径に比べて相対的に大きいほど大きくなる．ゆえに，式(6)に示すように，ある一定応力のもとでは，曲率半径の減少とともにg値は減少する．また，円柱直径がX線侵入深さに近づくと，X線は円柱内で完全に減衰しないようになる．その結果，線吸収係数の違いがg値の差として現れにくくなり，g値はある値に収束する．

凹面の場合，X線経路に沿った体積要素の角度位置ωは，限界角ω_ζより小さい．したがって，回折ピークのシフト率$\partial\langle 2\theta_{Au}\rangle/\partial(\sin^2\omega_\zeta)|_{\psi=0°}$は，X線が円柱体に深く侵入するほど小さくなる．ゆえに，凸面の場合とは対照的にg値は曲率半径の減少とともに増加する．たとえ曲率半径がX線侵入深さに近づいたとしても，円柱の肉厚は十分に厚いためX線は十分に円柱体内で減衰する．したがって，凸面の場合とは異なり，g値は一定値に収束することはない．また，X線侵入深さが曲率半径に比べて大きくなると，限界角ω_ζより小さい角度位置にある体積要素の回折強度への寄与が大きくなる．ゆえに回折ピークのシフト率$\partial\langle 2\theta_{Au}\rangle/\partial(\sin^2\omega_\zeta)|_{\psi=0°}$は小さい値となり，式(6)より，$g$値は発散する．

曲率半径が大きいとき，g値が凹凸や侵入深さに依存しない理由は以下のように説明できる．曲率半径が侵入深さに比べて大きくなるとともに，回折強度への表面の寄与度が増すため線吸収係数の違いにもとづくg値の差は小さくなり，いずれの条件の場合もg値は同じ一定値に近づく．しかし，その一定値はX線の侵入を考慮しない場合のものとは異なる．なぜなら，たとえ曲率半径が大きくなったとしてもX線侵入深さは決してゼロにならないからである．

つぎに，決定係数R^2について述べる．$\delta_{eff}/\rho \lesssim 0.1$のとき，決定係数は大きいが($R^2>0.95$)，$\delta_{eff}/\rho \gtrsim 0.1$では，凸面の場合の決定係数は急激に減少する．決定係数の減少は，$\langle 2\theta_{An}\rangle\psi=0°$対$\sin^2\omega_\zeta$関係の非線形性が増し，応力解析の精度が悪化することを示している．したがって，$R^2\leq 0.95$を許容範囲とすれば，凸円柱に関しては，式(6)は図5で示した適当なg値を与えることにより，$\delta_{eff}/\rho \lesssim 0.2$のもとで適用可能と考えられる．

5．結論

(1) X線を円周方向に傾斜させることなく，円柱形状表面の円周方向応力を推定する新しい測定技術 ―照射面積変化法― を提案した．この方法では，X線経路は円柱の中心軸を含む平面内に限定され，X線照射領域の円周方向の大きさを様々に変化させたときの$\psi=0°$時の回折角を測定する．

(2) 円周方向の照射寸法を変化させたとき，$\psi=0°$時の回折ピークは円周方向応力に応じてシフトする．両者の関係は次のように表わされる．

$$\frac{\sigma_C}{K}\approx g\frac{\partial\langle 2\theta_A\rangle}{\partial(\sin^2\omega_\zeta)}\bigg|_{\psi=0°}\qquad(0\leq\sin^2\omega_\zeta\leq 0.75)$$

$$\sin\omega_\zeta=\frac{\zeta}{\rho}$$

ここで，σ_Cは凸あるいは凹円柱表面の円周方向応力，gは幾何学因子であり，照射寸法変化において円周方向応力に及ぼす侵入深さと曲率半径の影響を表す指標と解釈される．Kは応力定数，2ζは照射領域の弦長さ，ρは曲率半径である．

(3) g値は表面形状，曲率半径，X線有効侵入深さδ_{eff}に依存する．しかし，$\delta_{eff}/\rho\lesssim 0.1$の場合，$g$値はほぼ一定となる($g\simeq 3.35$)．

参考文献

1) 日本材料学会X線材料強度部門委員会，X線応力測定法標準 ―鉄鋼編― (2002)
2) P. Doig and P. E. J. Flewitt: Phil. Mag., **A-37**, 749 (1978)
3) 後藤徹，小西隆：材料，**34**, 519 (1985)
4) 小栗泰造，村田一夫，水谷勝己：材料，**49**，645 (2000)
5) 永井欣一，岩田光正，菊地恭三，奥本勇二，小林博栄：溶接学会誌，**45**, 1037 (1976)
6) B. Dionnet, M. François, J.M. Sprauel, and F. Nardou: J. Appl. Cryst., **32**, 883 (1999)